N° d'ordre : 216

Année 1975

THÈSE

PRÉSENTÉE

À L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

POUR OBTENIR

LE DIPLÔME DE DOCTEUR EN PHYSIQUE
Mention OPTIQUE

PAR

Asséréou Benoît AGBANI
Maître ès Sciences

CONTRIBUTION À LA RÉALISATION DE GRILLES HOLOGRAPHIQUES DESTINÉES À LA MULTIPLICATION D'IMAGES

SOUTENUE LE 18 MARS 1975, DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN :

MM. Jean-Charles VIÉNOT	Professeur à l'Université de Besançon Secrétaire Général de la Commission Internationale d'Optique	Co-Présidents
Edouard ADJANOHOUN	Professeur à l'Université du Dahomey Recteur de l'Université du Dahomey, Directeur Général des Enseignements Supérieurs, de la Recherche Scientifique et de la Formation pour l'Education	Co-Présidents
Jean BULABOIS	Professeur à l'Université de Besançon	Examinateurs
Albert DONNADIEU	Professeur à l'Université du Dahomey	Examinateurs
Mme Nicole AEBISCHER	Docteur ès Sciences, C.N.R.S., Besançon	Examinateurs

N° d'ordre : 79

THÈSE

présentée

À L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

pour obtenir

LE DIPLÔME DE DOCTEUR EN PHYSIQUE

Mention OPTIQUE

par

Assémou Benoît ABOANI

Docteur ès Sciences

CONTRIBUTION À LA REALISATION DE SMILES HOLOGRAPHIQUES DESTINÉES À LA MULTIPLICATION D'IMAGES

soutenue le 11 juillet 1980 devant la Commission d'Examen

MM. Jean-Charles VIENOT	Professeur à l'Université de Besançon Directeur de l'Institut de Recherche en Informatique et Automatique (Rocquencourt)	Président
Edouard ADJANOHOUN	Professeur à l'Université de Besançon Docteur ès Sciences, Ex-Sous-Directeur de l'Institut des Sciences Exactes et Appliquées de l'Université d'Abidjan (Côte d'Ivoire)	Examinateur
Jean BULABOIS	Professeur à l'Université de Besançon	
André DONNADIEU	Professeur à l'Université de Toulouse	Examinateur
Mme Nicole AERISCHER	Ingénieur au Centre CNRS/ENSAM (Aix-en-Provence)	

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546611_0001

N° d'ordre : 216 Année 1975

THÈSE

PRÉSENTÉE

À L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

POUR OBTENIR

LE DIPLÔME DE DOCTEUR EN PHYSIQUE

Mention OPTIQUE

PAR

Asséréou Benoît AGBANI

Maître ès Sciences

CONTRIBUTION À LA RÉALISATION DE GRILLES HOLOGRAPHIQUES DESTINÉES À LA MULTIPLICATION D'IMAGES

SOUTENUE LE 18 MARS 1975, DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN :

MM. Jean-Charles VIÉNOT	Professeur à l'Université de Besançon Secrétaire Général de la Commission Internationale d'Optique	Co-Présidents
Edouard ADJANOHOUN	Professeur à l'Université du Dahomey Recteur de l'Université du Dahomey, Directeur Général des Enseignements Supérieurs, de la Recherche Scientifique et de la Formation pour l'Education	Co-Présidents
Jean BULABOIS	Professeur à l'Université de Besançon	Examinateurs
Albert DONNADIEU	Professeur à l'Université du Dahomey	Examinateurs
Mme Nicole AEBISCHER	Docteur ès Sciences, C.N.R.S., Besançon	Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE DE BESANCON

Président : Monsieur THIEBAUT Jean

FACULTE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

DOYEN

M. BERNARD Jean : Chimie Physique
Professeur

ASSESSEUR

M. PARIZET Jean : Mathématiques
Professeur

PROFESSEURS

MM. TRONCHET Antonin : Botanique
CHATELET François : Mathématiques
MESNAGE Pierre : Chronométrie
PERROT Roger : Chimie Générale
PLUVINAGE Philippe : Physique Théorique
THEOBALD Nicolas : Géologie Stratigraphique et Paléontologie
QUANTIN André : Pédologie
CHALEAT Raymond : Mécanique Appliquée
RIPPLINGER Jean : Physiologie animale
GREMILLARD Jean : Mathématiques
VIENOT Jean-Charles : Physique Générale et Optique
THIEBAUT Jean : Pétrographie-Minéralogie
GOMOT Lucien : Zoologie et Embryologie
BENNETON Gaston : Mathématiques
GALATRY Louis : Physique Moléculaire
THEOBALD Jean-Gérard : Spectroscopie Hertz.
CERUTTI Ernest : Chimie Appliquée
DEVIN Claude : Chimie 1er cycle
CAPODANNO Pierre : Mécanique Théorique
BANTEGNIE Robert : Mathématiques
ROBERT Daniel : Physique Moléculaire

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM. POTIER Robert : Physique des Solides
REAL Pierre : Station biologique
GOUARNE René : Mathématiques
MERIGOUX Henri : Cristallographie et Synthèses Minérales
ROBERT Jacques : Mathématiques
OLIVIER Marcel : Electronique Quantique
MONTAGNER Hubert : Psycho-Physiologie
BULABOIS Jean : Physique Gle-Optique
GAUDEMER Yves : Biochimie

DOYENS HONORAIRES

MM. GLANGEAUD, JACQUEMAIN, CHATELET, THIEBAUT

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. BAILLAUD, DUFFIEUX, THIRY, TRILLAT, UEBERSFELD, VINCENSINI, DREYFUSS

MAITRE DE CONFERENCES HONORAIRE

M. GRANIER

MAITRES DE CONFERENCES

MM. BIDAULT Michel : Taxonomie Experim.
CHAUVE Pierre : Géologie-Mineral.
DUBOUCHET Jacques : Botanique
LAUDE Bernard : Chimie Organique
MARLE Charles : Mathématiques
ROBERT Guy : Chimie-Physique
MIELLOU J. Claude : Analyse Numérique
WEIL Michel : Mathématiques
HAYLI Avram : Astronomie
BROQUET Paul : Géologie
GRAS Georges : Mathématiques
TREHEL Michel : Informatique

RESPONSABLE DES SERVICES ADMINISTRATIFS

M. RUNGE Jean-Marie

UNIVERSITE DE SHERBROOKE

Président : Monsieur Guy BERNIER, doyen

FACULTE DES SCIENCES ET DES TECHNOLOGIES

DOYEN

M. BERNARD Jean : Chimie Physique
Professeur

ASSESSEUR

M. PARENT Jean : Mathématiques
Professeur

PROFESSEURS HONORAIRES

Mme. GRANGERON, Jacqueline, GAGNELET, Suzanne

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. GALLAIS, Maurice, FORTIN, Pierre, TRELLET, Jean-Pierre, VINCENSINI, Marius

MEMBRE DE CONFRERIES HONORAIRE

M. GRAVEL

PROFESSEURS

MM. TROMCHET Antonio	:	Botanique
CHATELET François	:	Mathématiques
MESNARD Pierre	:	Chimie
ZIMMOT Roger	:	Chimie Générale
BRUNELLE Philippe	:	Physique Théorique
THEORAIS Nicolas	:	Géologie Stratigraphique et Paléontologie
GUARNIN André	:	Pétrologie
CHAUSSE Raymond	:	Géologie du Pétrole
BIJTELLINCK Jean	:	Physiologie animale
GRENIER Jean	:	Mathématiques
VITCHOT Jean-Charles	:	Physique Chimique et Optique
THIBAUT Jean	:	Géographie et Aménagement régional
GOMOT Lucien	:	Géologie et Pétrologie
BOUNIOL Daniel	:	Mathématiques
GALATRY Louis	:	Physique Moléculaire
THEOBALD Jean-Gérard	:	Géographie Physique, Géomorphologie
CERNIT Ernest	:	Chimie Physique
DEVIN Claude	:	Chimie Les Sols
CAPOLANGO Pierre	:	Mécanique Théorique
BERTAGNIZ Robert	:	Mathématiques
ROBERT Daniel	:	Physique Solid-State

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM. POTIER Robert	:	Physique des Solides
RAIL Pierre	:	Station Biologique
GOUAREE René	:	Mathématiques
MERIDOUX Lionel	:	Priétéjiquoïle et Symétrie Moléculaire
BERNET Jacques	:	Mathématiques
OLIVIER Marcel	:	Biochimie Quantique
MONTAGNER Robert	:	Physico-Physiologie
MELADIS Jean	:	Physique Gaz-Optique
GAUDREAU Yves	:	Mécanique

MAITRES DE CONFERENCES

MM. BIDAULT Michel	:	Taxonomie Expérimentale
FRAUTE Pierre	:	Géologie-Minéralogie
MOLLICHART Jacques	:	Botanique
LAURIT Maurice	:	Chimie Organique
MAGIL Charles	:	Mathématiques
VOUCHY Guy	:	Chimie-Physique
MICHAUD J. Claude	:	Analyse Numérique
MAIS Michel	:	Mathématiques
HAYAS Avisar	:	Astronomie
BROCHET Paul	:	Géologie
TRAN Georges	:	Mathématiques
FRONEL Michel	:	Informatique

RESPONSABLE DES SERVICES ADMINISTRATIFS

M. MONCE Jean-Marie

Venu du Dahomey, j'avais été inscrit dans un troisième cycle de Physique d'une Université française que j'ai dû quitter rapidement, compte tenu des conditions de travail dans lesquelles je pouvais effectuer mes études.

M. J.Ch. Viénot, Professeur titulaire de la chaire de Physique Générale et Optique à l'Université de Besançon, Secrétaire Général de la Commission Internationale d'Optique, Directeur du Laboratoire associé au C.N.R.S. "Holographie et Traitement Optique des signaux", a bien voulu m'accueillir dans le groupe de Besançon. C'est donc sous sa direction que l'étude présentée ici a été effectuée.

Pendant ces deux années passées au laboratoire, il n'a cessé de me prodiguer ses conseils très amicaux, ses encouragements très chaleureux. Je voudrais avant tout le remercier très sincèrement pour les relations empreintes de simplicité et de cordialité qu'il a toujours bien voulu entretenir avec moi pendant mon séjour à Besançon.

C'est une grande joie pour moi qu'il ait fait en sorte que la soutenance de cette thèse, présentée à l'Université de Besançon, puisse avoir lieu sur le sol de mon pays et qu'il ait accepté de se soustraire à ses responsabilités et nombreuses tâches pour présider le jury chargé d'examiner mon travail. Qu'il veuille trouver en ces quelques lignes l'expression de ma profonde reconnaissance.

M. E. Adjanohoum, Professeur Titulaire à l'Université du Dahomey, Recteur de l'Université du Dahomey, Directeur Général des Enseignements Supérieurs, de la Recherche Scientifique et de la Formation pour l'Education, m'a donné la possibilité d'aller préparer une thèse à la Faculté des Sciences de Besançon. Il me fait aussi l'honneur de co-présider le jury de ma thèse. Qu'il me permette de lui exprimer ici toute ma gratitude.

Je suis redevable du sujet de ma thèse à Mme N. Aebischer, Ingénieur, Docteur ès Sciences, C.N.R.S. Je ne saurai jamais trop estimer l'aide efficace et l'assistance qu'elle m'a constamment apportées lors des phases délicates de l'expérimentation, dans l'interprétation des résultats et dans la phase difficile de la rédaction du mémoire. Je suis heureux de lui exprimer ici ma reconnaissance la plus chaleureuse.

M. J. Bulabois, Professeur à l'Université de Besançon, n'a jamais caché sa sympathie à mon égard. Ses conseils toujours éclairés m'ont été d'un précieux secours. Il a bien voulu s'intéresser à mon travail et le juger. Je l'en remercie bien sincèrement.

Mes vifs remerciements s'adressent également à M. A. Donnadieu, Professeur à l'Université du Dahomey, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail en participant à son examen.

Je ne saurais oublier le travail de Mmes J. Lepin, C. Bainier et L. Bonnot et de M. A. Ligier, qui ont assuré la frappe et le tirage du manuscrit.

Enfin, j'exprime ma reconnaissance à toute l'équipe du LOBE, notamment MM. J. Pasteur, J. Neiras et Mme M.O. Valot-Degueurce. Je n'oublierai jamais ce que, de chacun, j'ai reçu pour ma formation de jeune chercheur lors de mon passage dans ce laboratoire.

A chacun et à tous Merci !

TABLE DES MATIERES

Pages

INTRODUCTION GENERALE 1

MISE EN PLACE DU PROBLEME DE LA REALISATION AU MOYEN D'UN INTERFEROMETRE, D'UNE GRILLE DE PHASE DESTINEE A LA MULTIPLICATION D'IMAGES

CHAPITRE I - RECHERCHES ANTERIEURES

I.1. GRILLES D'ECHANTILLONNAGE 3
I.2. GRILLES D'AMPLITUDE, GRILLES DE PHASE 5
I.3. GRILLES DE PHASE CONSIDEREES COMME DES OPERATEURS DE MULTIPLICATION 9
I.4. CHOIX DE NOTRE PROCEDE DE FABRICATION 9

CHAPITRE II - REALISATION EXPERIMENTALE D'UN INTERFEROGRAMME DE n POINTS-SOURCES, DESTINE A LA MULTIPLICATION D'IMAGES

II.1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL 11
II.2. CONSIDERATIONS THEORIQUES RELATIVES A LA DISPOSITION DES POINTS-SOURCES 13

II.2.1. Diffraction d'une onde plane par l'interférogramme 13

II.2.2. Calcul de la fonction d'autocorrélation de la distribution d'éclairement constituée par l'ensemble des points-sources 14

II.2.3. Calcul d'un hologramme de points classique 15

II.2.4. Hologramme-matrice 17

II.2.5. Interférogramme de points combinés 18

II.3. MISE EN OEUVRE DES DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX. RESULTAT DES EXPERIENCES. DISCUSSIONS 19

II.4. INFLUENCE DE LA NON-LINEARITE DES EMULSIONS : CORRELATIONS MULTIPLES (AUX ORDRES SUPERIEURS) 20

II.4.1. La transmittance en amplitude du film est linéaire (cas idéal) 20

II.4.2. La transmittance en amplitude est non-linéaire 21

II.4.3. Utilisation des images 2 (dues aux corrélations à l'ordre 2) 23

II.5. INFLUENCE DU BLANCHIMENT SUR LES PROPRIETES DES INTERFEROGRAMMES 24

II.6. CONCLUSION 25

CHAPITRE III - REALISATION D'UNE GRILLE MULTIPLICATRICE A PARTIR DE DEUX RESEAUX HOLOGRAPHIQUES DE PHASE UNIDIMENSIONNELS CROISES

III.1. RAPPELS SUR LA THEORIE DES RESEAUX DE PHASE SINUSOIDAUX 27

III.1.1. Calcul des intensités diffractées dans les différents ordres 27

III.1.2. Efficacité du réseau 29

III.2. ENREGISTREMENT HOLOGRAPHIQUE 30

III.3. MISE EN OEUVRE DES DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX. RESULTATS OBTENUS A PARTIR DES RESEAUX DE PHASE ENREGISTRES SUR EMULSION PHOTOGRAPHIQUE 33

III.3.1. Mesure de la densité optique des réseaux 34

III.3.2. Microphotographie des réseaux d'amplitude 35

III.3.3. Blanchiment des réseaux d'amplitude 35

III.3.4. Test de diffraction des réseaux de phase 35

III.3.5. Détermination des profils de réseaux de phase au moyen d'un interféromètre de Mach-Zehnder 36

III.3.5.a. Variation de la modulation de phase Φ_0 en fonction de la densité optique D 37

III.3.5.b. Influence d'une variation de la profondeur de modulation sur l'intensité des termes diffractés 38

III.4. RESEAUX DE PHASE UNIDIMENSIONNELS CROISES : MULTIPLICATIONS D'IMAGES 39

CONCLUSION 40

CHAPITRE IV - METHODE SYNTHETIQUE DE CALCUL DE LA DIFFRACTION DES RESEAUX DE PHASE

IV.1. POSITION DU PROBLEME 41

IV.2. REALISATION PRATIQUE DES PROFILS DE RESEAUX SIMULES 43

IV.3. DIFFRACTION DES RESEAUX SIMULES 44

IV.4. EXPLOITATION DU SPECTRE SYNTHETIQUE 46

IV.4.1. On connaît la profondeur de modulation et la longueur d'onde 46

IV.4.2. La longueur d'onde (λ) est constante, la hauteur de relief ($2\Delta_0$) varie 47

IV.4.3. La hauteur de relief ($2\Delta_0$) est constante, la longueur d'onde (λ) varie 47

IV.5. PROFILS EN ARCHES 48

CONCLUSION 49

CHAPITRE V - MISE EN OEUVRE DES GRILLES MULTIPLICATRICES DANS QUELQUES APPLICATIONS

V.1. PHOTOGRAPHIE CLASSIQUE : AGRANDISSEUR MULTIPLICATEUR 50

V.1.1. Source d'illumination 51

V.1.2. Optique du système 52

V.1.3. Opérateur de multiplication 52

V.1.4. Qualité de l'image 52

V.1.5. Cohérence temporelle nécessaire 53

V.2. SYSTEME REDUCTEUR-MULTIPLICATEUR 53

V.2.1. Rappel sur diverses méthodes employées pour la multiplication de circuits intégrés 54

V.2.2. Système réducteur, double ou simple 55

V.2.3. Application à la multiplication de certains réseaux simulés 56

V.2.4. Application à la réalisation de grilles elles-mêmes 56

V.3. MULTIPLICATION D'HOLOGRAMMES 57

V.3.1. Limitation des possibilités dans le cas général 57

V.3.2. Tentative d'affinement de l'image restituée à partir d'un enregistrement photographique d'un hologramme acoustique 58

CONCLUSION GENERALE 62

INTRODUCTION GENERALE

MISE EN PLACE DU PROBLEME DE LA REALISATION, AU MOYEN D'UN INTERFEROMETRE, D'UNE GRILLE DE PHASE DESTINEE A LA MULTIPLICATION D'IMAGES

L'importance des développements de l'holographie - dont les fondements ont été établis par D. Gabor (x) dès 1948 et la mise en oeuvre effective essentielle est due aux travaux de E.N. Leith et J. Upatnieks (xx) - ne provient pas seulement des nouvelles possibilités qu'elle offre à l'opticien sur le plan fondamental : certaines applications industrielles commencent à en révéler l'intérêt économique. C'est pourquoi un effort considérable porte actuellement sur certaines techniques "d'holographie industrielle" telles que : contrôle de sécurité non destructif sur pièces onéreuses (pneus d'avions par exemple) ; examen de vibrations d'ensembles mécaniques (machines, moteurs) ; analyse optique de données géophysiques (signaux sismiques, lignes de géomagnétisme en recherche pétrolière) ; *réalisation, par holographie, de composants optiques de haute qualité (réseaux de diffraction, lentilles,...)*.

L'étude présentée ici se voudrait tout simplement une contribution au progrès de l'optique dans ce domaine. Elle se range dans la dernière rubrique et débouche sur la construction de composants optiques (ici grilles multiplicatrices) permettant d'effectuer des opérations de multiplication.

Les grilles multiplicatrices sont des réseaux bidimensionnels d'amplitude ou de phase, qui, placés dans le plan spectral d'un système optique, ont la propriété de reproduire simultanément un certain nombre d'images identiques d'un objet unique éclairé en lumière monochromatique. Elles peuvent être utiles pour plusieurs applications : en particulier pour remplacer avantageusement les caméras coûteuses, à répétition pas à pas, employées dans l'industrie microélectronique pour produire des séries d'images photographiques.

Ces grilles multiplicatrices peuvent être fabriquées soit par reproduction et traitement photographique et chimique d'un motif périodique bidimensionnel prévu et réalisé préalablement, soit par interférométrie ou holographie.

(x) D. Gabor - A new microscope principle - Nature, 161, p. 777-778, (1948)

(xx) E.N. Leith and J. Upatnieks - Reconstructed wavefronts and communication theory - J. Opt. Soc. Am. 52, p. 1123, (1962).

Seule la technique holographique est retenue ici pour la réalisation de ce travail.

Après les brefs rappels dans le premier chapitre pour situer notre sujet de recherche dans le prolongement des réalisations qui se font jour depuis quelques années, nous abordons au deuxième chapitre l'enregistrement, sur émulsion holographique, d'un interférogramme de plusieurs points-sources, destiné à la multiplication d'images. Une étude comparative est conduite afin de faire ressortir les inconvénients et les avantages des procédés déjà connus et celui que nous proposons. Une technique de blanchiment est ensuite développée et permet d'accroître le rendement de diffraction des grilles ainsi obtenues.

Dans le chapitre suivant, on étudie la possibilité de construire une grille multiplicatrice de phase à partir de réseaux holographiques unidimensionnels indépendants, réalisés de la même façon. Le travail expérimental concerne donc la production de ces derniers, en plusieurs exemplaires, pour une fréquence spatiale déterminée.

Des résultats expérimentaux sont présentés et montrent l'influence, sur les propriétés des réseaux enregistrés sur films holographiques, de la variation de la profondeur de modulation et de la forme du profil géométrique de l'onde diffractante.

Le quatrième chapitre concerne une méthode "synthétique" de calcul permettant de s'affranchir des difficultés de traitements analytiques, particulièrement dans l'étude de la diffraction des réseaux de phase de profils en arches.

Enfin le chapitre cinq est relatif aux domaines d'applications des grilles multiplicatrices élaborées. Une exploration de l'efficacité de ces composants optiques enregistrés sur films holographiques est effectuée dans la photographie classique et industrielle, puis dans les travaux au Laboratoire de multiplications d'hologrammes acoustiques ou de micro-ondes.

Les figures sont regroupées en fin de chapitre

CHAPITRE I

RECHERCHES ANTERIEURES

Il ne saurait être question au cours de ce rappel sur des travaux antérieurs, d'écrire l'historique de la multiplication d'images. L'étude présente d'ailleurs de façon très succinte, les méthodes qui s'apparentent étroitement à notre sujet : celui de la multiplication d'images au moyen d'une grille de phase enregistrée sur une émulsion photographique.

I.1. GRILLES D'ECHANTILLONNAGE

En Optique un message se présente souvent sous forme d'une transparence photographique, principalement dans le cas d'une information mémorisée. Un tel message se prête à un échantillonnage qui consiste, dans le plan spectral ou plan de Fourier de l'objet (message), à superposer une fonction représentant une grille (ou trame) au spectre de la fonction objet. Ainsi, à partir d'un objet mis à l'entrée d'un montage à double diffraction, une grille d'échantillonnage convenable, disposée dans le plan spectral (ce qui revient également à un tramage du spectre), est susceptible de fournir une multiplication d'images dans le plan de sortie.

En effet, prenons l'exemple d'une fonction G(u) de période u_o, servant à échantillonner le spectre de l'objet, et représentée par la convolution suivant une dimension :

$$G(u) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(u-nu_o) \otimes \mathrm{rect}\,\frac{u}{a} \qquad (I.1)$$

expression dans laquelle la fonction

$$\mathrm{rect}\,\frac{u}{a} = 1 \text{ si } -\frac{a}{2} \leqslant u \leqslant \frac{a}{2}$$

$$= 0 \text{ ailleurs,}$$

désigne la fente élémentaire de largeur a, et le symbôle $\otimes$ l'opération de convolution.
L'expression (I-1) peut encore s'écrire :

$$G(u) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} G_n(u)$$

avec $$G_n(u) = \delta(u-nu_o) \otimes \text{rect}\,\frac{u}{a}.$$

Désignons par f(x) la fonction-objet continue. L'échantillonnage consistant, dans le plan spectral, à superposer G(u) au spectre F(u) de la fonction f(x), l'information transmise à la sortie sera :

$$TF\left[F(u).G(u)\right] = f(x') \otimes g(x')$$

avec

$$g(x') = TF^{-1}\left[G(u)\right]$$

d'où

$$T.F\left[F(u).G(u)\right]=f(x')\otimes\{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x'-\frac{n}{u_o})\}\text{sinc}(\pi ax') \qquad (I.2)$$

sachant que $\text{sinc}\,(\pi ax') = \dfrac{\sin\pi ax'}{\pi ax'}$

Si l'on ne tient pas compte de la modulation due au terme sinc(πax'), l'équation (I.2) représente une série de N images identiques séparées par :

$$x'_o = 1/u_o.$$

Pour localiser avec précision les différents plans utiles et laisser accessible le plan de Fourier (confondu ici avec le plan de la grille d'échantillonnage), on utilise fréquemment le montage à double diffraction type "4f" schématisé figure 1 et présentant les caractéristiques suivantes :

(P_1) et (P'_1) sont respectivement les plans focaux objet et image de la lentille L_1. (P_2) et (P'_2) jouent des rôles analogues pour L_2. (P'_1) et (P_2) confondus définissent le plan de Fourier. La lentille L_1 est éclairée par une onde plane. Le plan réponse est le plan (P'_2) dans lequel on peut observer l'ensemble des images obtenues par échantillonnage du spectre.

La figure 2 illustre un exemple d'un tel échantillonnage en amplitude.

La largeur de fente dans la grille d'échantillonnage est $a = u_o/2$. De ce fait, le nombre d'images dans le lobe central de la fonction de modulation $\mathrm{sinc}(\pi a x')$ est égal à 9. Ces images sont observées dans le plan (P'_2).

Les principes de réalisation d'une telle grille d'échantillonnage ont été étudiés au Laboratoire de Physique Générale et Optique de Besançon et ont fait l'objet d'une publication [1]. Un grand nombre d'expériences liées aux réalisations pratiques sont décrites dans la thèse de J.L. Tribillon [2]. Il a été montré que le nombre d'images dans le plan réponse du corrélateur augmente lorsque le nombre d'éléments dans le motif de la grille d'échantillonnage croît. Si l'on désire N images identiques dans le plan réponse, il faudrait choisir une grille comportant N éléments dans son motif, la période étant donnée par le théorème de Wittaker-Shannon, qui s'énonce comme suit :

"Si F(u) représente le spectre d'une fonction f(x) nulle partout sauf pour $x_1 < x < x_2$, alors F(u) est parfaitement déterminé par l'ensemble de ses valeurs discrètes en une série de points espacés de $1/x_1-x_2$, série étendue à tout le domaine de fréquences".

I.2. GRILLES D'AMPLITUDE, GRILLES DE PHASE

La transposition de l'échantillonnage en amplitude à l'échantillonnage de phase conserve les propriétés de multiplication tout en augmentant l'énergie dans les images latérales.

Dans le cas d'une grille d'amplitude, l'absorption de l'énergie incidente par le milieu photosensible est importante et réduit fortement le rendement de diffraction.
Par ailleurs, on note des variations importantes d'intensité entre les différentes images affichées dans le plan réponse, et il apparaît impossible de réaliser l'égalisation des intensités de ces images : l'intensité de l'image centrale restant toujours très supérieure à celle des images latérales.

Ces inconvénients ont amené à l'utilisation des grilles de phase dont le principe et les réalisations se trouvent dans les références rappelées plus haut. Dans une grille de phase, l'absorption de l'énergie est pratiquement nulle ; ainsi toute la lumière incidente est utilisée ; d'où un gain en luminosité considérable et un rendement de diffraction élevé.

On peut, en outre en ajustant la phase, abaisser à volonté l'intensité relative de l'image centrale jusqu'à l'annuler, ou de préférence l'égaliser à celle des images latérales.

Nous le montrons en détail sur un exemple calculé par J.L. Tribillon.

Considérons une mire créneau telle que celle schématisée figure (3a) (objet d'amplitude binaire considéré du point de vue transparence réelle). En réalité elle est bidimensionnelle : c'est une grille "en damier" (figure 3b). Un tel modèle est décrit mathématiquement par :

$$M(x,y)=\mathrm{rect}\,\frac{x}{a} \otimes /\!/\!/_p\,(x') \;\; \mathrm{rect}\,\frac{y}{a} \otimes /\!/\!/_p\,(y') \qquad (I.3)$$

où :

$\otimes$ représente l'opérateur de convolution,

a est la largeur d'un élément de transparence constante,

p la période du motif élémentaire = $a\sqrt{2}$ (voir figure 3.c)

et $/\!/\!/$ la fonction peigne de Dirac.

L'amplitude diffractée à l'infini est donnée par :

$$A(u,v) = \mathrm{T.F.}\left[\, M(x,y)\right].$$

Soit

$$A(u,v)= \mathrm{sinc}\,(\pi ua)\; /\!/\!/_{1/p}(u') \otimes \mathrm{sinc}(\pi va)\; /\!/\!/_{1/p}(v')$$

On en déduit l'intensité diffractée à l'infini :

$$I(u,v) = A(u,v).\; A^{*}(u,v)$$

Soit

$$I(u,v)= \mathrm{sinc}^2(\pi ua)\; /\!/\!/_{1/p}(u') \otimes \mathrm{sinc}^2(\pi va)\; /\!/\!/_{1/p}\,(v') \qquad (I.4)$$

Le calcul des intensités des termes répartis dans le lobe central tels que l'indique la figure (3.d) donne :

$$I(0,0) = 1$$

$$I\left(\frac{1}{a\sqrt{2}}, \frac{1}{a\sqrt{2}}\right) = I\left(-\frac{1}{a\sqrt{2}}, \frac{1}{a\sqrt{2}}\right) = I\left(\frac{1}{a\sqrt{2}}, -\frac{1}{a\sqrt{2}}\right) = 0{,}13$$

Considérons maintenant la grille "damier" comme une grille de phase pure où les transparences associées à chaque élément ne sont plus 0 ou 1, mais -1 et +1. En effet la transparence peut s'écrire : $t = \exp\{-j\phi\}$ dans le cas d'un objet de phase pure, c'est-à-dire :

pour $\Phi = 0 \qquad t = +1$

$\Phi = \pi \qquad t = -1$

Une telle transparence est schématisée figure (4.a) et présentée figure (4.b). Cette répartition de phase en damier est décrite mathématiquement par :

$$M_\Phi(x,y) = \mathrm{rect}\,\frac{x}{a} \otimes \text{///}_p(x') \,.\, \mathrm{rect}\,\frac{y}{a} \otimes \text{///}_p(y') - \mathrm{rect}\,\frac{x}{a} \otimes \text{///}_p(x'') \,.\, \mathrm{rect}\,\frac{y}{a} \otimes \text{///}_p(y'') \qquad \text{(I.5)}$$

où les lettres a et p, les symbôles $\otimes$ et /// ont la même signification que précédemment.

$$\text{///}_p(x'') = \text{///}_p(x' + \frac{a}{\sqrt{2}}) = \text{///}_p(x') \otimes \delta(x' + \frac{a}{\sqrt{2}})$$

$$\text{///}_p(y'') = \text{///}_p(y' - \frac{a}{\sqrt{2}}) = \text{///}_p(y') \otimes \delta(y' - \frac{a}{\sqrt{2}})$$

(voir figure 4.c).

Dans le plan spectral, la répartition d'amplitude est :

$$A_\Phi(u,v) = \text{T.F.}\ [M_\Phi(x,y)]$$

Soit

$$A_\Phi(u,v) = \frac{\sin\pi ua}{\pi ua} \,.\, \text{///}_{1/p}(u') \quad \frac{\sin\pi va}{\pi va} \,.\, \text{///}_{1/p}(v')$$

$$- \frac{\sin\pi ua}{\pi ua} \exp\{-j2\pi u \frac{a}{\sqrt{2}}\} \,.\, \text{///}_{1/p}(u') \quad \frac{\sin\pi va}{\pi va}$$

$$\exp\{j2\pi v \frac{a}{\sqrt{2}}\} \,.\, \text{///}_{1/p}(v')$$

$$= \frac{\sin\pi ua}{\pi ua} \left[1 - \exp\{-j2\pi u \frac{a}{\sqrt{2}}\}\right] . \text{///}_{1/p}(u')$$

$$\otimes \frac{\sin\pi va}{\pi va} \left[1 - \exp\{j2\pi v \frac{a}{\sqrt{2}}\}\right] . \text{///}_{1/p}(v')$$

L'intensité diffractée à l'infini est alors donnée par :

$$I_\Phi(u,v) = \frac{\sin^2 \pi ua}{(\pi ua)^2}\ 2\left[1 - \cos(2\pi u \frac{a}{\sqrt{2}})\right] /\!/\!/_{1/p}(u') \otimes \frac{\sin^2 \pi va}{(\pi va)^2}\ 2\left[1-\cos(2\pi v \frac{a}{\sqrt{2}})\right] /\!/\!/_{1/p}(v') \quad (I.6)$$

Le calcul de l'intensité des termes répartis dans le lobe central conduit à : (figure 4.d)

$$I_\Phi(0,0) = 0$$

$$I_\Phi(\frac{1}{a\sqrt{2}}, \frac{1}{a\sqrt{2}}) = I\ (-\frac{1}{a\sqrt{2}}, \frac{1}{a\sqrt{2}}) = I\ (-\frac{1}{a\sqrt{2}}, -\frac{1}{a\sqrt{2}}) = \ldots$$

$$\ldots\ I_\Phi(\frac{1}{a\sqrt{2}}, -\frac{1}{a\sqrt{2}}) = 0{,}26$$

Nous voyons que cette grille de phase a augmenté les intensités des images latérales ; dans ce cas particulier, simple pour le calcul, où $\phi = \pi$, le terme central a été annulé. Mais il existe une valeur inférieure de ϕ pour laquelle le terme central est de même intensité que les quatre termes latéraux.

Il a été montré qu'une grille de phase pouvait être réalisée de deux façons :

- soit simulée [2] par une juxtaposition judicieuse de grilles d'amplitudes élémentaires décalées d'une demi-période (simulant un déphasage $\phi = \pi$) en passant d'un élément du motif au suivant (fig. 4b) : les images multipliées se trouvent dans un lobe secondaire latéral de diffraction ;

- soit par enregistrement dans des photorésists du masque constitué par une grille d'amplitude [3,4] : la multiplication d'images s'effectue dans le lobe central de diffraction, donc dans l'axe du montage optique.

Le réglage d'un déphasage autre que π par le premier procédé (simulation de phase) est pratiquement impossible, alors qu'il est parfaitement réalisable avec le deuxième procédé (photoresists).

I.3. GRILLES DE PHASE CONSIDEREES COMME DES OPERATEURS DE MULTIPLICATION

Soit un objet constitué par exemple par la lettre "a" que l'on souhaite reproduire en plusieurs exemplaires au cours d'une même opération. A partir de ses dimensions, on détermine le pas de la distribution de phase qu'il faut choisir pour obtenir des images d'écartement suffisant et par conséquent dont la qualité est voisine de celle de l'objet (Théorème de Wittaker-Shannon). En plaçant à l'entrée d'un montage à double diffraction (fig. 1) la lettre "a" mise sous forme de cliché transparent, éclairé par une source de lumière cohérente (laser), et, en disposant dans le plan de filtrage (P'_1) de ce cliché la grille de phase obtenue au préalable (soit par enregistrement dans des photoresists, soit par simulation des effets de phase), dans le plan de sortie (P'_2) on observe l'image de l'objet multipliée en convolution avec la répartition spectrale de la grille. Un certain nombre d'images apparaissent donc dans le lobe de diffraction considérée.
Leur nombre et leur intensité dépendent de la structure du motif élémentaire de la grille et des variations d'épaisseur Δe de la résine dans le cas de grilles de phase enregistrées dans des photoresists.

Donc dans le cadre de cette application particulière une grille de phase est un opérateur de multiplication.

Il a été montré que l'intensité des images données par les grilles enregistrées dans des photoresists, outre qu'elle est dans l'axe du montage, est beaucoup plus grande que celle des images obtenues avec les grilles simulant les effets de phase. Ainsi la comparaison des possibilités pratiques d'utilisation offertes par ces deux types de grilles conduit à rejeter l'emploi des grilles de phase simulée au profit des grilles de phase réelle.

I.4. CHOIX DE NOTRE PROCEDE DE FABRICATION

Certes, dans les rappels qui précédent nous avons omis les détails des méthodes de fabrication des grilles étudiées. Ces méthodes conduisent à des résultats satisfaisants, néanmoins nous noterons que leur utilisation est limitée :

- par le fait que toutes ces grilles de phase sont construites à partir d'un motif élémentaire calculé et dessiné puis reproduit périodiquement par reports photographiques successifs ;

- de ce fait par l'impossibilité pratique d'obtenir des images d'écartement suffisamment grand,

- en outre pour les grilles de phase enregistrées dans des photorésists, par les techniques de préparation et de traitement des couches de résine qui, par surcroît ne sont pas sensibles au rayonnement rouge du laser He-Ne.

Ces inconvénients ont amené à la recherche d'une méthode simplifiée de fabrication des grilles de phase multiplicatrices d'images. La solution que nous proposons est fondée sur l'enregistrement sur films holographiques des franges aériennes d'un interféromètre à plusieurs ondes.

Son étude constitue l'étape suivante de ce mémoire.

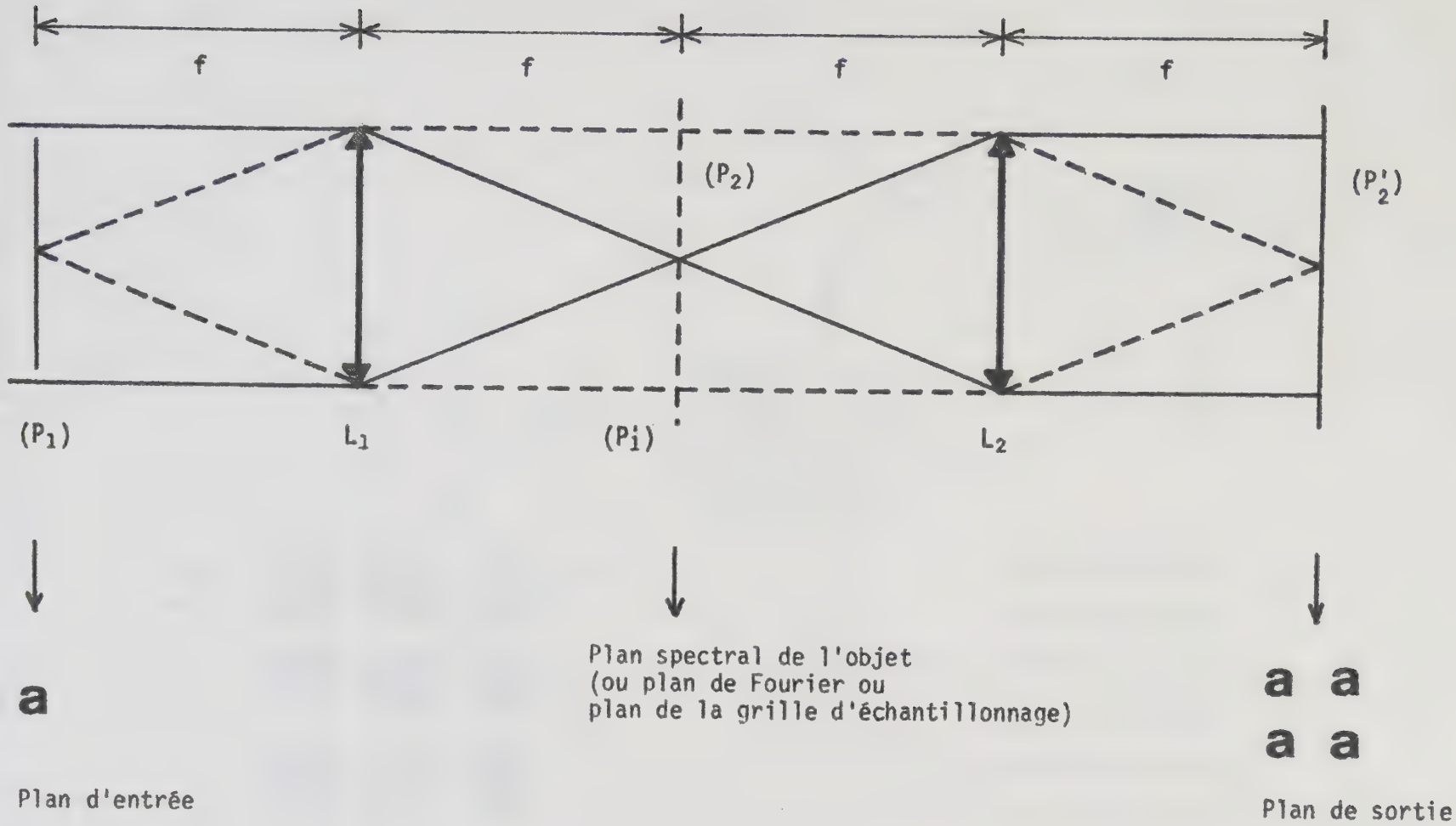

f
f
f
f
(P_2)
(P'_2)
(P_1)
L_1
(P'_1)
L_2
a
Plan spectral de l'objet
(ou plan de Fourier ou
plan de la grille d'échantillonnage)
a a
a a
Plan d'entrée
Plan de sortie

Fig. 1

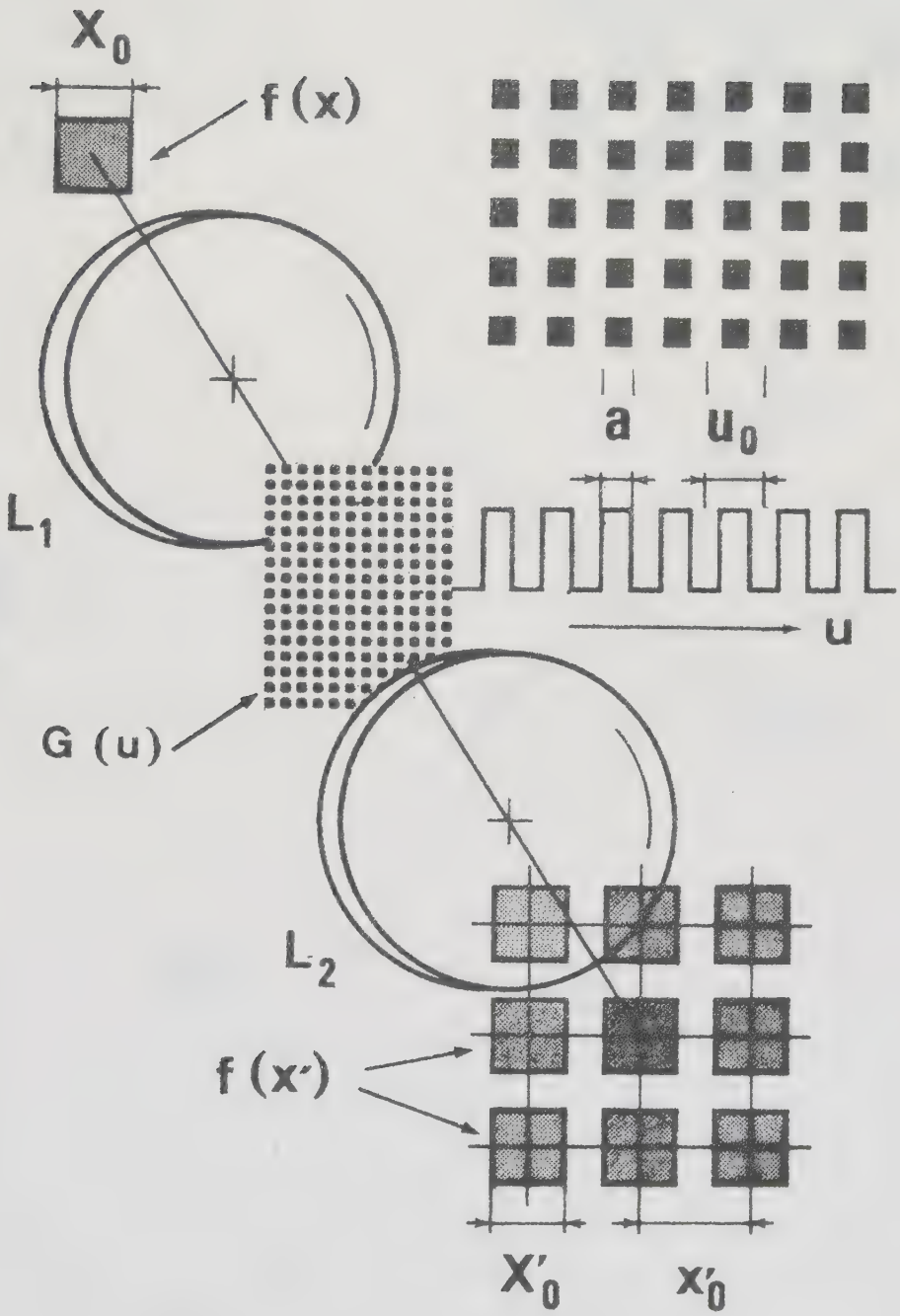


Fig. 2. — Echantillonnage en amplitude du spectre de f(x) par G(u).

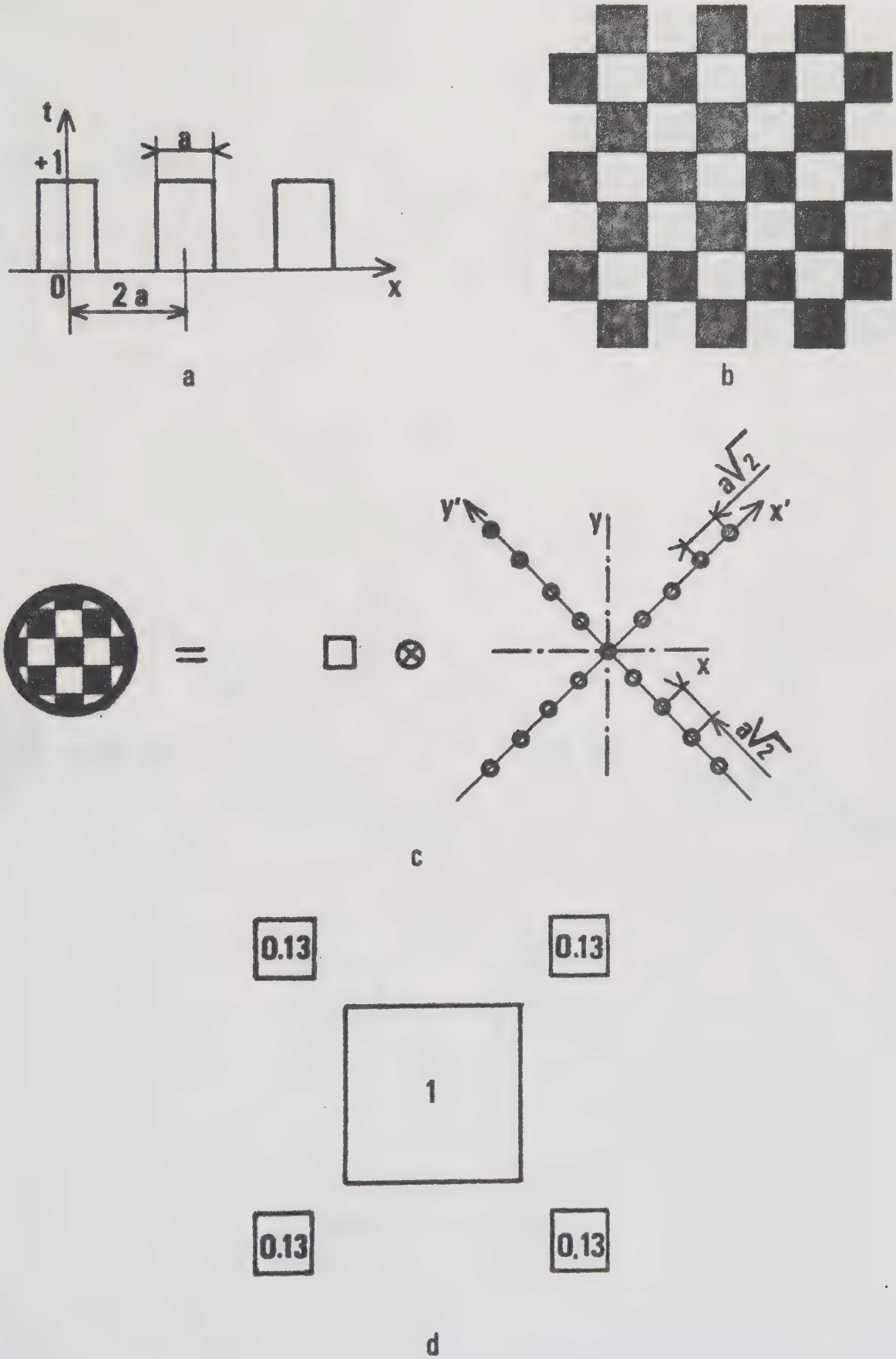
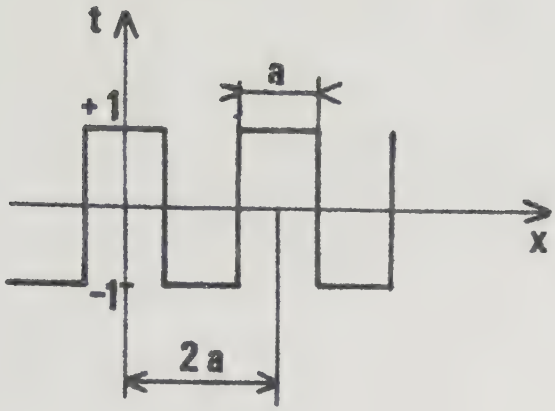
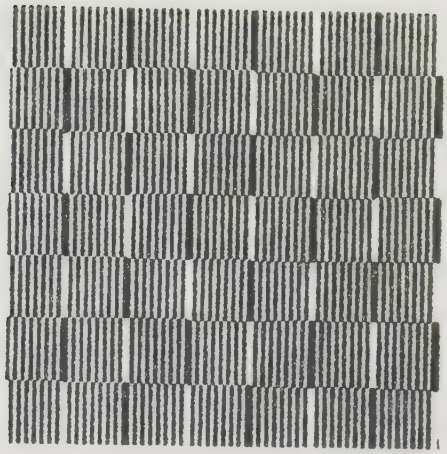


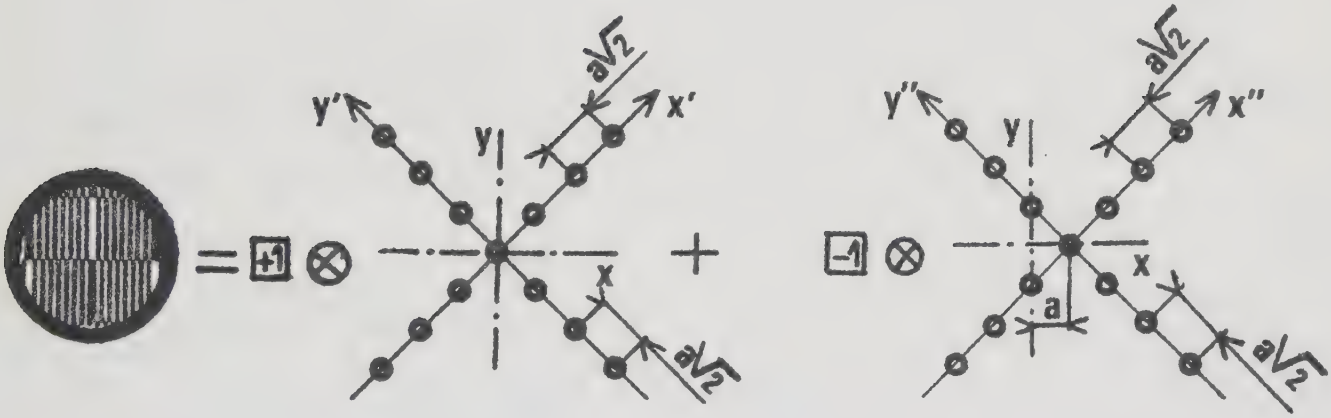
Fig. 3. — Grille en damier d'amplitude 0 et 1.



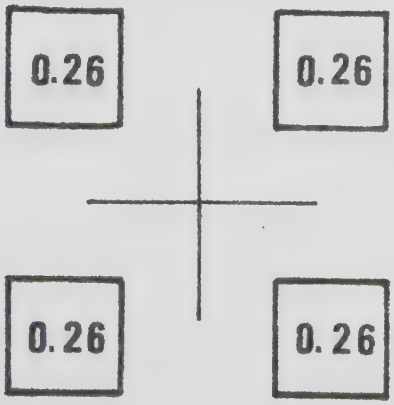
a



b



c



d

Fig. 4. — Grille en damier de phase (simulée) -1 et +1.

CHAPITRE II

REALISATION EXPERIMENTALE D'UN INTERFEROGRAMME DE n POINTS-SOURCES DESTINE A LA MULTIPLICATION D'IMAGES

Les rappels qui précédent nous ont montré les mérites et les "faiblesses" des méthodes de fabrication étudiées par les auteurs. L'objet de ce chapître est l'étude expérimentale des résultats pratiques que l'on peut espérer obtenir par celle que nous proposons et qui est essentiellement un procédé interférométrique. Le principe même de la méthode évite toute erreur périodique ou aléatoire de tracé, la qualité des surfaces d'onde diffractées ne dépendant que de la qualité des ondes qui interférent et de celle des supports sensibles.

II.1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le montage d'enregistrement est schématisé sur la figure 5, et présenté en photographie fig. 5 bis. C'est un interféromètre de Fizeau-Michelson qui met en jeu des réflexions vitreuses sur un certain nombre de surfaces.

La source de lumière cohérente utilisée est un laser à gaz hélium-nénon (He-Ne) fonctionnant en mono-mode et fournissant une puissance de moins de 1mW.

L'objectif de microscope ob focalise le faisceau lumineux sur le filtre spatial T(trou-source de diamètre 30 µm). Le sténopé T est placé au foyer objet de l'objectif collimateur O_1.

La surface séparatrice Sp est celle d'un cube séparateur traité sans absorption (couches multidiélectriques). Le faisceau issu de T, rendu parallèle au moyen de O_1, est dirigé, d'une part, (par réflexion) vers un empilement de lames de verre en coin fournissant les dioptres 1-2, 3-4,...q, d'autre part (par transmission) vers des dioptres analogues 1'-2', 3'-4',...q'.

Les faisceaux subissent sur chaque dioptre une réflexion vitreuse et sont ensuite transmis ou réfléchis par la séparatrice Sp vers l'objectif O_2, qui produit dans son plan focal P_i autant d'images T' du point source T que de dioptres réflecteurs, soit au maximum $n = q+q'$. Avec un choix convenable d'angles de coin des diverses lames on peut tirer parti des écarts angulaires fixes qu'elles fournissent entre les images réfléchies par leurs deux faces. Le support de chaque lame est prévu orientable ; ainsi l'on peut déplacer à volonté les paires de points images en observant leur répartition dans le plan P_i, de façon à réaliser la configuration envisagée. En plaçant des écrans dans ce plan P_i, il est possible en outre de supprimer des points images T' si on le désire.

Le revêtement réflecteur du cube séparateur Sp étant sans absorption, les faisceaux réfléchis-transmis et transmis-réfléchis sont d'intensités égales, si les pouvoirs réflecteurs R des faces 1 et 1' sont égaux. Chaque dioptre produit une réflexion vitreuse $R = (\frac{n_o-1}{n_o+1})^2 = 0,04$ (si $n_o = 1,5$ est l'indice du verre des lames) et transmet le reste $1-R = 0,96$, de la lumière incidente, les intensités des faisceaux réfléchis par les dioptres successifs 1,2,...q sont comme $0,04$, $0,04 \times (0,96)^2$,... $0,04 \times (0,96)^{2(q-1)}$. Tous les points-sources images T' n'ont donc pas en toute rigueur des intensités égales, sinon par couple (pour $q = q'$) ; toutefois, cette décroissance sera pratiquement négligeable lorsque q et $q' \leqslant 4$, soit $n \leqslant 8$.

Un objectif O_3, placé au voisinage du plan P_i conjugue approximativement le plan des dioptres avec le plan G de l'émulsion, ce qui a pour effet de rassembler et superposer à l'intérieur d'un même contour les n faisceaux issus des n points-sources T'. En ce plan G, on recueille ainsi l'image des divers systèmes de franges d'égale épaisseur (franges de coin) formées entre les diverses lames et localisées sur celles-ci, et qui se superposent en amplitude en s'entrecroisant. L'enregistrement photographique de ce champ de franges (interférogramme) constitue la grille cherchée.

Remarque : l'on peut se demander pourquoi nous avons choisi, pour réaliser un ensemble de points-sources cohérents, cet interféromètre et non pas un autre dispositif, à priori plus simple, par exemple des trous percés dans une plaque éclairée par une onde plane monochromatique.

Dans le cadre de notre étude il faut savoir que pour que les images restituées soient bien résolues, il est nécessaire que les trous-sources soient aussi petits que possible, par exemple de l'ordre du diamètre (30 µm) du sténopé que nous avons utilisé.

Or pour des trous si petits, la simple considération du rapport entre la surface totale des trous et la surface de l'onde plane nécessaire pour éclairer l'ensemble des trous, indique une perte de lumière de l'ordre du million même en négligeant les phénomènes de diffraction inévitables cependant. Cela impliquerait pour l'enregistrement photographique du champ de franges des temps de pose inconcevables.

On est donc amené à envisager, pour la réalisation de plusieurs points-sources cohérents, des solutions qui rappellent les miroirs de Fresnel : deux ou plusieurs surfaces réfléchissantes d'orientations diverses, qui fournissent autant d'images cohérentes d'un point-source unique.

Le dispositif que nous avons adopté s'est avéré particulièrement commode.

II.2. CONSIDERATIONS THEORIQUES RELATIVES A LA DISPOSITION DES POINTS-SOURCES

Des considérations théoriques préalables nous permettront de déterminer au mieux la disposition convenable des points-sources dont on enregistre l'interférogramme.

II.2.1. Diffraction d'une onde plane par l'interférogramme

Lorsqu'on place l'interférogramme G dans le plan spectral d'un système optique de conjugaison objet - image ponctuels, par exemple tout simplement contre une lentille L qui forme d'un objet ponctuel P une image ponctuelle P', on obtient dans le plan de P' la figure d'autocorrélation $F \times F$ (si on désigne par F la distribution d'éclairement constituée par l'ensemble des points-sources), si toutefois l'interférogramme a été enregistré dans le domaine de linéarité de l'émulsion photographique, c'est-à-dire si le réseau de franges donné en G par deux points sources de F, a un profil sinusoïdal en amplitude : cette condition implique une sous-exposition des interférogrammes [5].

En effet l'émulsion photographique, est un récepteur quadratique qui a enregistré le carré de l'amplitude reçue A, transformée de Fourier de F, soit :

$$A = TF[F]$$

et $$G = AA^{*} = |A|^2.$$

Dans le plan spectral de l'interférogramme G(qui est ici le plan P') on observe la transformée de Fourier de G soit :

$$TF[G] = TF\,[AA^{*}] = TF\,[A] * TF\,[A] = F*F. \qquad (II.1.)$$

Comme F est une distribution de points lumineux, $F * F$ sera également une distribution de points, plus nombreux.

II.2.2. Calcul de la fonction d'autocorrélation de la distribution d'éclairement constituée par l'ensemble des points-sources

n étant le nombre total de points de F, nous nous placerons dans un cas général où F est réparti en deux groupes R et S de r points et s points, tels que r + s = n. On peut écrire :

$$R = \sum_{i=1}^{r} \delta(x-x_{ri},\ y-y_{ri})$$

$$S = \sum_{j=1}^{s} \delta(x-x_{sj},\ y-y_{sj})$$

avec $F = R+S$

et $F * F = (R+S)*(R+S)$

$$= R*R + S*S + R*S + S*R. \qquad (II.2.)$$

Les points résultants dans F*F se répartissent en trois groupes : un groupe central R*R + S*S, et deux groupes latéraux symétriques R*S et S*R.

Pour établir le nombre total N de points de F*F autour du point central, on peut pratiquement étendre le cas particulier le plus simple où n = 2(r = 1, s = 1) et considérer que chaque couple de points-sources de F forme en G un réseau unidimensionnel qui diffracte en F*F deux images ponctuelles de part et d'autre de l'image ponctuelle centrale (fig. 6). N est donc deux fois le nombre de combinaisons de n points-sources 2 à 2, soit $N = C_n^2 = n(n-1)$.

Nous voyons que pour l'objet ponctuel P, l'interférogramme G se comporte comme une grille multiplicatrice puis qu'il en donne N images ponctuelles autour de l'image centrale ponctuelle P'. Il en est de même si en P l'objet n'est pas ponctuel, mais étendu suivant une surface présentant une distribution d'amplitude lumineuse E (monochromatique) : en plus de l'image centrale étendue en P', on obtient N images étendues, centrées sur les images ponctuelles précédentes traduisant la convolution de $F*F$ par E, soit $(F*F)\otimes E$. En effet, dans le plan spectral de E (le plan de la lentille L) se trouve la transformée de Fourier de E, soit e, qui multiplie G, donc dans le plan spectral de G.e (le plan de P'), on a la transformée de Fourier de Ge, soit :

$$\begin{aligned} \text{T.F.}[G.e] &= \text{T.F.}\ [G] \otimes \text{T.F.}[e] \\ &= (F * F)\otimes E \end{aligned} \qquad \text{(II.3.)}$$

Toutefois les N images ne sont pas toujours distinctes : certaines peuvent se superposer, plus ou moins exactement, s'il y a redondance dans les distances et directions de couples de points de F ; en outre, pour une multiplication d'images effective il est souhaitable que la répartition obtenue soit de préférence régulière, c'est-à-dire en matrice ou en quinconce, de manière à remplir au mieux une surface rectangulaire par exemple, sans place perdue, quitte à sélectionner une partie seulement de $F * F$, susceptible de répondre à cette condition.

Nous avons envisagé trois cas particuliers de répartition de R et S dans F.

1°) $r = 1$, $s = n-1$: c'est le cas d'enregistrement d'un hologramme de points classique ;

2°) $r \simeq s \simeq n/2$, R et S étant disposés en ligne et colonne : nous parlerons "d'hologramme-matrice" ;

3°) $r = o$, $s = n$: se sera le cas "d'interférogramme de points combinés".

II.2.3. Calcul d'un hologramme de points classique

Plusieurs auteurs (6 à 9) ont effectué la multiplication d'images en réalisant l'hologramme d'une distribution de points-sources à l'aide d'un point-source de référence habituel en holographie. Cela correspond à une répartition de nos points-sources telle que par exemple $r = 1$ et $s = n-1$, alors :

$$R = \delta(x - x_{r1}, y - y_{r1})$$

$$S = \sum_{j=1}^{n-1} \delta(x-x_{sj}, y-y_{sj})$$

$$R * R = \delta(x-x_{r1}, y-y_{r1}) * \delta(x - x_{r1}, y - y_{r1})$$

$$= \delta(x,y)^{(x)}$$

$$S * S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} \delta(x-x_{si}, y-y_{si}) * \delta(x-x_{sj}, y-y_{sj})$$

$$R * S = \sum_{j=1}^{n-1} \delta(x-x_{r1}, y-y_{r1}) * \delta(x-x_{sj}, y-y_{sj})$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1} \delta(x-x'_{sj}, y-y'_{sj}) \qquad \text{avec} \quad x'_{sj} = x_{sj} - x_{r1}$$

$$\text{et} \quad y'_{sj} = y_{sj} - y_{r1}$$

$$S * R = \sum_{j=1}^{n-1} \delta(x-x_{sj}, y-y_{sj}) * \delta(x-x_{r1}, y-y_{r1})$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1} \delta(x+x'_{sj}, y+y'_{sj}).$$

Nous observons que $R * R$ est réduit au point central ; le groupe central est donc formé par $S * S$, figure d'autocorrélation des n-1 points de S ; il ne présente pas d'intérêt.

Le groupe latéral des intercorrélations $R * S$ restitue exactement le groupe objet S à une distance $x'_{sj} = x_{sj} - x_{r1}$; $y'_{sj} = y_{sj} - y_{r1}$ du centre de l'autocorrélation et le groupe latéral $S * R$ restitue un groupe objet symétrique. Le nombre de points utilisables pour la multiplication d'images est celui d'un des groupes latéraux $R * S$ ou $S * R$,

---

(x) Par définition de la corrélation, on peut écrire :

$$f(x,y) * g(x,y) = \iint f(x',y').g(x'+x, y'+y)\, dx'dy'$$

ce qui implique, pour $f(x,y) = \delta(n-a, y-b)$ et $g(x,y) = \delta(x-c, y-d)$ la relation suivante :

$$\delta(x-a, y-b) * \delta(x-c, y-d) = \delta(x+a-c\ , y+b-d)$$

c'est-à-dire celui de S, soit $m = s = n - 1$.

Le schéma figure 7 illustre ces résultats : à gauche, on a représenté quelques exemples de répartition des points-sources dans le plan P_i ; à droite, on a dessiné les figures de diffraction correspondantes observables dans le plan spectral d'un système optique.

II.2.4. Hologramme-matrice

On a envisagé et réalisé expérimentalement des configurations matricielles c'est-à-dire des répartitions telles que l'un des groupes de points-sources soit disposé en ligne, l'autre en colonne. Dans ce cas, on peut écrire, par exemple :

$$R = \sum_{i=1}^{r} \delta(x - x_{ri}, y)$$

$$S = \sum_{j=1}^{s} \delta(x, y-y_{sj}) \; ;$$

alors

$$R * R = \sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{r} \delta(x-x_{ri}, y) * \delta(x-x_{rj}, y)$$

$$S * S = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{s} \delta(x, y-y_{sj}) * \delta(x,y - y_{si})$$

$$R * S = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \delta(x-x_{ri}, y) * \delta(x,y-y_{sj})$$

$$= \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \delta(x+x_{ri}, y-y_{sj})$$

$$S * R = \sum_{j=1}^{s} \sum_{i=1}^{r} \delta(x, y-y_{sj}) * \delta(x-x_{ri},y)$$

$$= \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} \delta(x-x_{ri}, y+ y_{sj})$$

Les groupes latéraux des intercorrélations $R * S$ et $S * R$ sont des distributions matricielles de $m = r \times s$ points, convenant bien à la multiplication

d'images (fig. 8). La quantité r x s étant toujours supérieure à n-1 à partir de n = 4, l'avantage de la configuration "hologramme-matrice" par rapport à celle d'hologrammes de points classiques est évident lorsque l'on compare les figures 7 et 8, surtout à mesure qu'augmente n le nombre de points-sources disponibles.

Remarque : Dans les deux cas précédents, un grand nombre de points images sont "perdus" : ceux de l'autre groupe latéral, trop éloigné, ainsi que ceux du groupe central, considérés comme des points parasites, d'autant plus qu'ils sont souvent superposés, donc d'intensités inégales, justement lorsque la disposition choisie pour R et S est régulière.

Il est alors naturel de chercher à "récupérer" tous les points images, en rapprochant les groupes latéraux du groupe central et en évitant les superpositions. Cette tentative fait l'objet du paragraphe suivant.

II.2.5. Interférogramme de points combinés

Dans ce cas, la répartition comprend un seul groupe de points-sources. En considérant par exemple que r = 0, alors s = n et F $*$ F se réduit à :

$$S * S = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \delta(x-x_{si}, y-y_{si}) * \delta(x-x_{sj}, y-y_{sj}). \qquad \text{(II.4.)}$$

La répartition de F sera spécialement "combinée" pour répondre encore au mieux à la condition de remplissage optimal d'une surface rectangulaire. Quelques solutions intéressantes sont présentées sur la figure 9. Avec les répartitions obtenues en F $*$ F, soit en matrice (à gauche) soit en quinconce (à droite), peu de points sont perdus en dehors d'un rectangle (surtout à droite) et le nombre m de points images utilisables est voisin du nombre total N=n (n-1).

En tolérant l'image centrale plus brillante, on peut dire que la solution des "interférogrammes de points combinés" est de loin la plus rentable pour un nombre n de points-sources.

II.3. MISE EN OEUVRE DES DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX RESULTATS DES EXPERIENCES. DISCUSSIONS.

Les manipulations ont consisté à :

- choisir et régler la répartition des images de la source dans le plan Pi ;
- enregistrer photographiquement l'image des franges obtenues (hologramme ou interférogramme) dans le plan G, qui couvrent un champ circulaire de 16 mm de diamètre.

Les émulsions utilisées pour cet enregistrement sont des plaques (ou des films) holographiques de haute résolvance Scientia 8E75 (ou 10E75) qui présentent les caractéristiques nominales suivantes :

	Pouvoir de résolution	Sensibilité à 6328 Å	Dimensions
Plaque Scientia 8E75	3000 mm^{-1}	200 $ergs/cm^2$	9 x 12 cm^2
Film Scientia 10E75	2800 mm^{-1}	50 $ergs/cm^2$	35 mm

Les plaques (ou films) sont développées dans du révélateur D 19 et du fixateur F_5 pendant une durée qui varie selon "l'âge" des solutions.

Lors de la restitution, les figures de diffraction sont enregistrées sur des émulsions de type ordinaire, par exemple Ilford FP_4 125 ASA révélé dans du microphen.

Le montage interférométrique repose sur une dalle en marbre qui est elle-même située dans un laboratoire isotherme, isobare et antivibratoire.

Pour éviter ou réduire au minimum les perturbations qui seraient introduites par le déclenchement de l'appareil photographique lors de la pose, ce dernier est monté sur un support en dehors de la dalle en marbre (fig. 5bis).

Quelques résultats sont regroupés sur la figure 10. La photographie (a) concerne un hologramme de points classique. En b, c, d, ce sont des "hologrammes-matrice". Les photographies e, f, g, montrent des "interférogrammes de points combinés". On peut noter que ces résultats pratiques s'accordent bien avec la théorie. Ces interférogrammes ont été réalisés très sous-exposés, donc sont de densité moyenne D très faible. Dès que l'on s'écarte de ces conditions, l'influence de la non-linéarité de l'émulsion devient importante ; elle a pour effet pratique des corrélations multiples. C'est ce que nous allons étudier dans le paragraphe qui suit.

II.4. INFLUENCE DE LA NON-LINEARITE DES EMULSIONS : CORRELATIONS MULTIPLES (AUX ORDRES SUPERIEURS)

Schématisons le problème faisant l'objet de ce paragraphe. Un certain nombre de points lumineux (éventuellement les images d'un point source obtenues dans un interféroscope de Fizeau) jouent le rôle de sources secondaires à la manière de trous d'Young. Deux à deux, ces sources secondaires fourniront les franges de type sinusoïdal. Pour simplifier les idées, considérons 3 points qui deux par deux vont fournir les systèmes sinusoïdaux dont il vient d'être question. L'aspect sera celui représenté graphiquement figure 11., ou encore la photographie reproduite sur cette figure. De tels systèmes de franges enregistrés sur émulsion photographique constitueront la pupille diffractante qui, éclairée en faisceau cohérent fournira les "pavages" du type représenté figure 14 à droite.

Nous nous proposons donc de discuter la formation de tels "pavages" :

En utilisant la caractéristique t(l) de l'émulsion (t, transmittance en amplitude ; l, lumination) on peut voir comment se transforme graphiquement un profil sinusoïdal en lumination l(x) : dans le domaine de linéarité de la caractéristique (fig. 12a), c'est-à-dire pour des franges sinusoïdales de faible lumination maximale, le profil résultant t(x) est sinusoïdal : les "noirs" sont de même largeur que les "blancs" (dans un réseau unidimensionnel). Pour les franges sinusoïdales de forte lumination maximale (fig. 12b) le domaine utilisé sur la caractéristique n'est plus linéaire ; le profil résultant t(x) tend à donner des "noirs" (régions des minimums de t) plus larges que les "blancs" (maximums de t).

Voyons comment intervient cette déformation du profil dans la diffraction d'une onde plane à travers les interférogrammes de n points-sources.

F(x,y) étant la répartition d'amplitude dans le plan objet (plan P_i dans le cas de nos expériences), $A(u,v) = TF[F(x,y)]$ est la répartition d'amplitude dans le plan du film photographique (plan de l'interférogramme G). La répartition d'intensité correspondante est : $G = |A(u,v)|^2$.

II.4.1. La transmittance en amplitude du film est linéaire (cas idéal)

On suppose d'abord que la transmittance en amplitude du film développé varie avec la lumination reçue, l de façon linéaire suivant une fonction :

$$t = t_o - m'l$$

(sur la partie rectiligne de la courbe t(l) fig 12a).

Or

$$l = G\tau \qquad \tau : \text{temps d'exposition}$$

on peut donc écrire :

$$t(u,v) = t_o - m'\tau G$$
$$= t_o - mG \qquad (t_o \text{ et } m \text{ constantes}).$$

Dans le plan de diffraction de l'interférogramme G, la répartition d'amplitude s'écrit :

$$F'(x',y') = TF\,[t(u,v)]$$
$$= t_o\,\delta(x',y') - m\,TF\,[G]$$
$$= t_o\,\delta(x',y') - m\,|F * F| \qquad \text{(II.5)}$$

Dans le cas particulier où l'objet F est constitué de 3 points cohérents d'amplitude identique a_o, l'image finale est représentée sur la figure 13a) : elle correspond aux conditions envisagées jusqu'ici. L'amplitude au point central f_o est $t_o - 3\,ma_o^2$ et aux 6 points f_1 : ma_o^2.

II.4.2. La transmittance en amplitude est non-linéaire

En réalité, la transmittance en amplitude n'est pas une fonction linéaire de la lumination l (fig. 12). Cette fonction peut être approchée par un polynôme de la forme

$$t = \alpha + \beta' l + \gamma' l^2 + \ldots$$

Si la lumination est forte (fig. 12b), la transmittance de l'interférogramme est donc peu différente de :

$$t(u,v) = \alpha + \beta\,G + \gamma G^2 + \ldots$$

d'où la répartition d'amplitude dans le plan de diffraction de l'interférogramme :

$$F'(x',y') \simeq \alpha\delta(x',y') + \beta|F*F| + \gamma|F*F| * |F*F| + \ldots \qquad \text{(II.6)}$$

L'expression (II.6) montre que les non-linéarités du récepteur de l'interférogramme font apparaître des corrélations multiples aux ordres supérieurs qui se traduisent dans le plan de diffraction de l'interférogramme par des points images supplémentaires.

En effet, la figure 13b, représente l'autocorrélation à l'ordre 2, $(F*F)*(F*F)$ dans le cas considéré. La fonction complète $F'(x',y')$ est la somme des fonctions $\delta(x',y')$, $F*F$ et $(F*F)*(F*F)$, chacune multipliée respectivement par α, β et γ. $F'(x',y')$ présente donc la même configuration que la figure 13b, mais les amplitudes totales des points sont respectivement

- pour le point central d'indice (0) : $\alpha+3\beta a_o^2+15\gamma a_o^4+\ldots$
- pour les 6 points d'indice (1) (1ère couronne) : $\beta a_o^2+8\gamma a_o^4+\ldots$
- pour les 6 points d'indice (2) (2ème couronne) : $2\gamma a_o^4+\ldots$
- pour les 6 points d'indice (3) (3ème couronne) : $\gamma a_o^4+\ldots$

La grandeur et le signe des coefficients $\alpha,\beta,\gamma,\ldots$ sont fonctions de l'émulsion et des conditions de développement choisies, le nombre de termes nécessaires à l'approximation du polynôme à utiliser dépend de la durée τ de l'exposition. Comme les coefficients β et γ possèdent en général des signes opposés [5], on peut espérer trouver des conditions d'exposition et de développement telles que les intensités des points de la 2ème couronne soient sensiblement égales à celles des points de la 1ère couronne. Tous ces points se trouvent disposés aux noeuds d'un réseau ayant pour maille élémentaire la figure objet F.

L'expérience montre que les points de la 2ème couronne prennent rapidement de l'importance à mesure que croît la lumination, donc la densité optique moyenne D. Remarquons qu'ils ne sont pas alignés avec les points g_1 de la 1ère couronne et le point central g_0 (ce qui est le cas pour les points g_3 de la 3ème couronne, toujours nettement plus faibles) : au contraire, les points g_2 sont intercalés angulairement et se construisent très simplement par composition de deux vecteurs $\overrightarrow{g_0g_1}$ consécutifs. Ces images ponctuelles supplémentaires de la 2ème couronne ainsi définies seront appelées simplement images 2 et les images "principales" images 1.

<u>Remarque</u> : Un calcul de ce genre a été effectué dans le livre de J.Ch. Viénot, Paul Smigielski, Henri Royer [10] (p. 59-62) à une différence essentielle près : il s'agissait alors de travailler au voisinage

du point d'inflexion de la courbe t = f(l) c'est-à-dire où les conditions de linéarité étaient presque satisfaites, le terme du deuxième ordre n'apparaissait pas dans l'expression du développement en série de t qui comportait seulement les puissances impaires de la lumination.

II.4.3. Utilisation des images 2 (dues aux corrélations à l'ordre 2)

Dans les interférogrammes donnés par n = 3 points sources, les images dues aux corrélations à l'ordre 2 ne présentent aucun inconvénient car elles sont aussi écartées que les images principales 1 et s'intercalent régulièrement entre celles ci. On peut donc soit les négliger, en permettant aux images 1 d'avoir un rendement de diffraction maximal (fig. 14b), soit en tirer parti lorsque les images 2 deviennent d'intensité égale à celle des images 1 (fig. 14e):on obtient alors 12 images utilisables (ou 10 dans un rectangle. Sur la figure 14, dans la colonne D, on indique la densité optique moyenne, en G on montre la microphotographie de la structure de l'interférogramme, dans les colonnes F$*$F : la figure de diffraction de l'interférogramme avant et après blanchiment.

Dès que n $\geqslant$ 4, les images 2 sont par contre tout à fait gênantes. En effet, si une partie d'entre elles occupe les "vides" entre images principales ou au-delà, fournissant des images supplémentaires éventuellement utilisables, une autre partie se forme en des places déjà occupées par des images principales 1 ; aussi, pour peu que les points-sources dans F ne soient pas positionnés avec une précision suffisante, chaque point image prévu 1 peut se trouver accompagné d'un ou plusieurs points parasites 2 (fig. 15b) qui brouillent la reproduction des images.

Remarque : Nous noterons qu'un interférogramme de densité elevée à un rendement en diffraction très faible par suite de l'absorption.
Cela restreint donc l'intérêt d'avoir à bon compte un plus grand nombre d'images en "faisant venir" les images 2 lorsque n = 3.
D'autre part, pour n >3, il est impératif que les interférogrammes soient très clairs, afin d'éviter les dédoublements multiples (fig. 15a), mais dans ce cas, le rendement de diffraction est aussi médiocre et le terme central exagérement intense risque de voiler les images proches du centre.

II.5. INFLUENCE DU BLANCHIMENT SUR LES PROPRIETES DES INTERFEROGRAMMES

Nous ne reprendrons pas la théorie de cette opération, nous nous attacherons seulement à ses avantages. En effet, l'on sait que par un traitement chimique approprié (blanchiment) l'on peut transformer un réseau d'amplitude en un réseau de phase dans lequel toute variation de phase est liée à une variation d'épaisseur du milieu transparent. Les propriétés d'un tel réseau unidimensionnel sont bien connues et généralisables aux réseaux bidimensionnels :

- comme il n'y a pas d'absorption, due à la densité optique, toute la lumière incidente se répartit intégralement dans les différents ordres diffractés et l'on peut obtenir un rendement lumineux maximal.
- Cette répartition dépend, entre autres paramètres, de la profondeur de modulation de la surface refringente ondulée par rapport à la longueur d'onde de diffraction : pour une faible profondeur, ce sont les ordres proches du centre qui profitent de l'énergie lumineuse disponible ; quand la profondeur augmente, cette énergie tend à se distribuer aussi dans les ordres éloignés du centre en ôtant tout privilège à l'ordre central qui peut, comme les autres, s'annuler ou s'égaler à l'un d'eux.

Nous avons tenté de mettre à profit ces avantages par blanchiment de nos interférogrammes d'amplitude afin de réduire au minimum, voire supprimer totalement l'absorption due à la densité optique et égaliser l'intensité de l'image centrale avec celle des images du premier ordre en remarquant que la profondeur de modulation, ou "hauteur du relief" après blanchiment (contrôlable directement par l'observation de l'intensité des différents ordres diffractés) est une fonction de la densité moyenne D avant blanchiment.

Les images 2 bénéficiant des mêmes propriétés que les images principales, on peut en tirer parti après blanchiment lorsque n = 3 (fig. 14). Dans ce cas, on constate expérimentalement que si l'on égalise l'image centrale avec les images de la première couronne, les 6 images de la deuxième couronne se trouvent alors d'intensité très voisine de celle de ces 7 images. Il est donc pratiquement aussi direct de chercher à égaliser les 13 images à la fois, pour obtenir dans un rectangle, soit 11 images en quinconce si les 3 points-sources forment un triangle équilatéral soit 9 images en matrice si les points sources sont disposés en triangle rectangle (fig. 16). On arrive

effectivement à ces résultats avec D ≃ 1 pour des pas de l'ordre du 1/100 de mm.

En haut sur la figure 16, on a, pour mémoire, représenté à nouveau le type de "réseaux croisés" correspondants à F et donnant lieu à G.

. Technique expérimentale

Le procédé de blanchiment que nous avons adopté semble particulièrement adapté à l'émulsion utilisée (plaque Scientia 8E75 ou film Scientia 10E75) : le blanchiment est total sans absorption résiduelle, la diffusion de la lumière est pratiquement négligeable. Le mode opératoire est le suivant :

- après immersion de l'interférogramme, pendant trois minutes dans un bain tannant (formol 10 cc + $NaCO^3$ anhydre 5g + eau distillée pour 1 litre), on le rince puis on le fixe dans du fixateur F_5 pendant cinq minutes,
- après rinçage, on immerge pendant 15 mn l'interférogramme ainsi préparé dans la sauce de blanchiment proprement dite, qui est le mélange d'un volume de solution A ($K_2Cr_2O_7$ 23,4 g + H_2SO_4 N : 14 cc + eau distillée pour 1 litre) et un volume de solution B (Nacl 45 g + eau distillée pour 1 litre). On rince pendant cinq minutes,
- on plonge à nouveau l'interférogramme dans du fixateur F_5 dilué du même volume d'eau distillée pendant 1 minute,
- on termine l'opération par un rinçage de 15 minutes puis par le séchage.

Nous signalons que tous nos rinçages ont été faits à l'eau courante du robinet.

Notons par ailleurs que le rendement en diffraction avant blanchiment d'un interférogramme de densité D est multiplié, après blanchiment, par un facteur de l'ordre de 10^D. Les figures 13 et 15 donnent une idée qualitative de cette amplification lumineuse, par la grosseur des images ponctuelles sur les photographies F∗F avant et après blanchiment, prises exprès aux mêmes temps de pose.

II.6. CONCLUSION

A la faveur d'un dispositif adapté qui fournit commodément des points-sources cohérents et égaux en intensité, de nombre n quelconque et de répartition F réglable à volonté, il nous a été possible de passer en revue et de comparer diverses façons d'obtenir des grilles multiplicatrices "holographiques" (appelées ainsi par analogie avec les réseaux holographiques).

Nous avons pu examiner trois cas particuliers :

- les hologrammes de points classiques,
- les hologrammes-matrice,
- les hologrammes de points combinés.

Ayant mis en évidence les avantages du dernier cas, nous nous sommes attachés à la réalisation expérimentale d'interférogrammes de points combinés lorsque le nombre de points sources est $n = 3$, afin de tirer parti des corrélations multiples aux ordres supérieurs pour augmenter le nombre d'images.

Par la technique du blanchiment, nous avons obtenu une grande amélioration du rendement de diffraction de tels interférogrammes et en même temps avons pu réaliser l'égalisation des intensités du terme central, des images 1 (images principales) et des images 2.

Ces études nous ont laissé entrevoir la possibilité de simplifier davantage encore notre méthode de fabrication en constituant la grille multiplicatrice avec deux réseaux de phase unidimensionnels croisés. En effet lorsque $n = 2$ il s'agit de classiques réseaux holographiques unidimensionnels. Après blanchiment l'égalisation du terme central avec les termes d'ordre ± 1 donne 3 images alignées. Il suffit comme on le verra plus loin, de croiser perpendiculairement un deuxième réseau réalisé de la même façon pour obtenir une matrice de 9 images. Dans ce cas, il semble beaucoup plus aisé de réussir l'égalisation de 3 images seulement plutôt que par exemple, des 9 à la fois (cas de la figure 16).

L'étude de ce procédé de fabrication fait l'objet du troisième chapître.

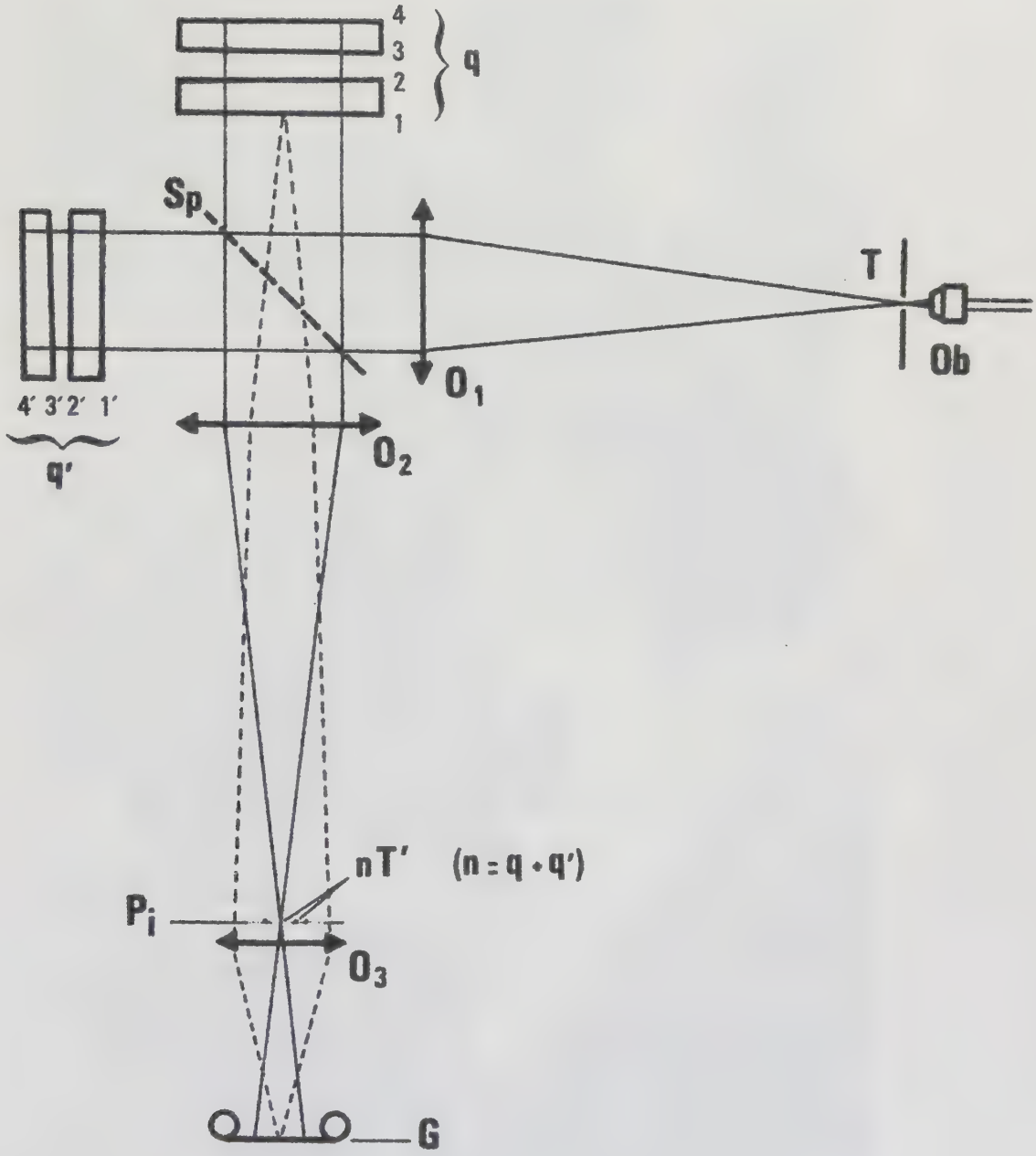


Fig. 5. — Schéma de principe du montage d'enregistrement des franges aeriennes d'un interféromètre de Fizeau-Michelson à n réflexions vitreuses.

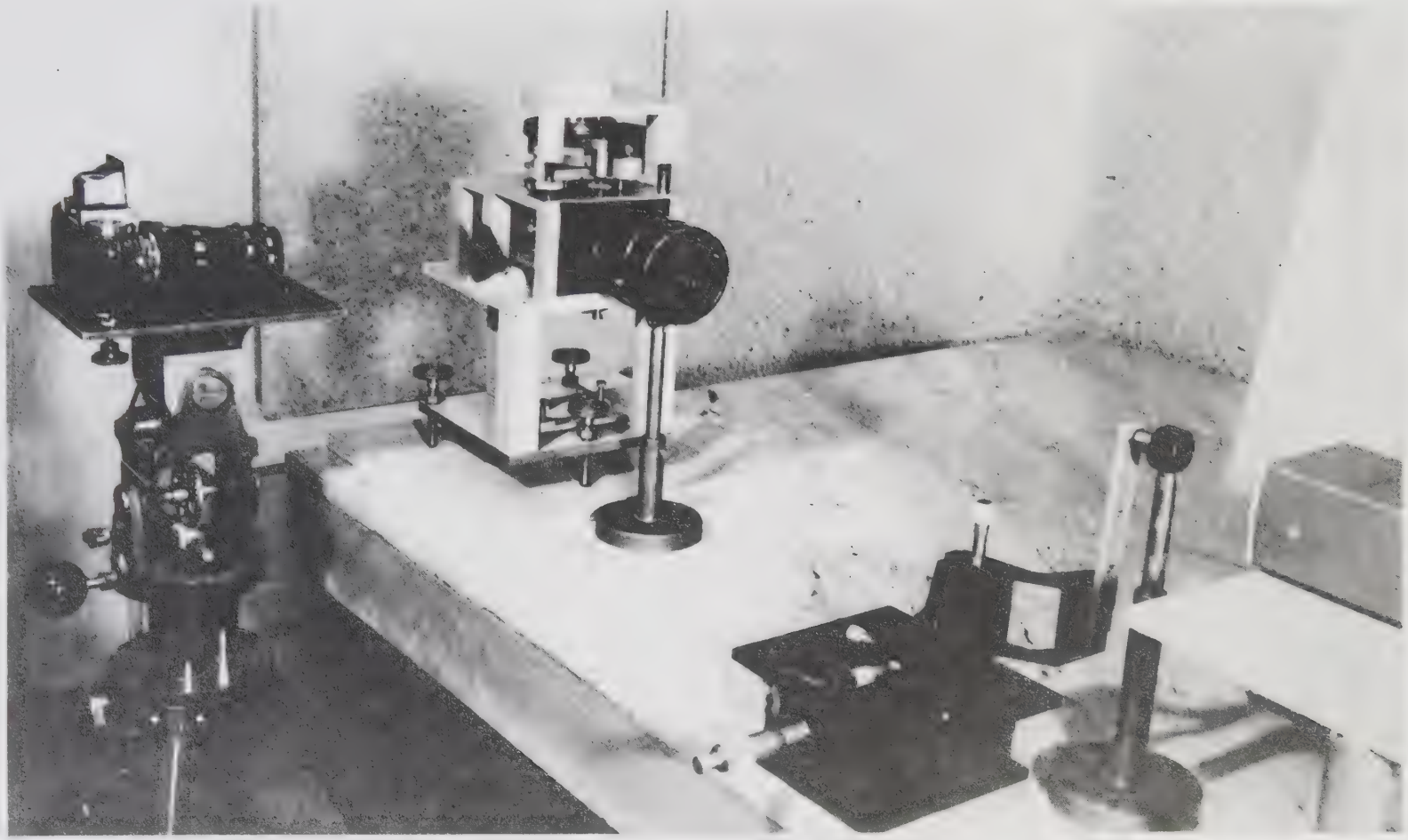


Fig. 5 bis - Photographie du montage d'enregistrement utilisant l'interféromètre de Fizeau-Michelson.

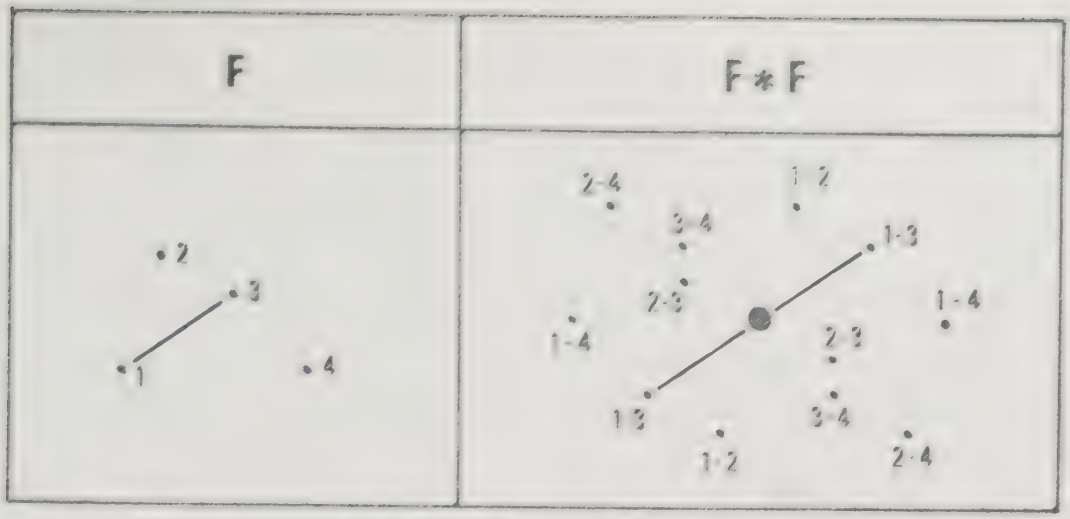


Fig. 6. - Construction de F * F à partir d'une distribution d'éclairement F constituée de plusieurs sources ponctuelles.

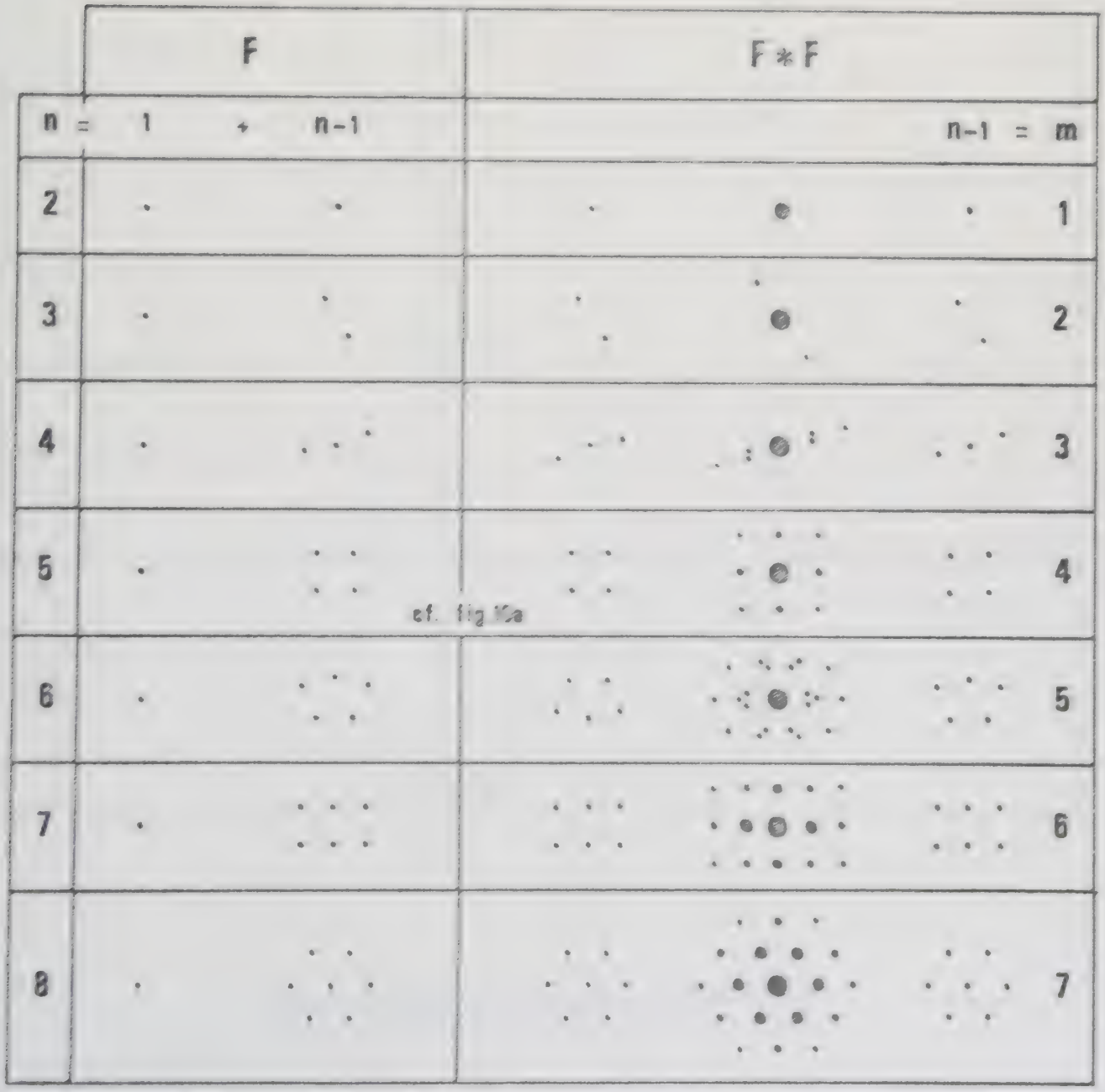


Fig. 7. — Exemples d'hologrammes de points classiques.

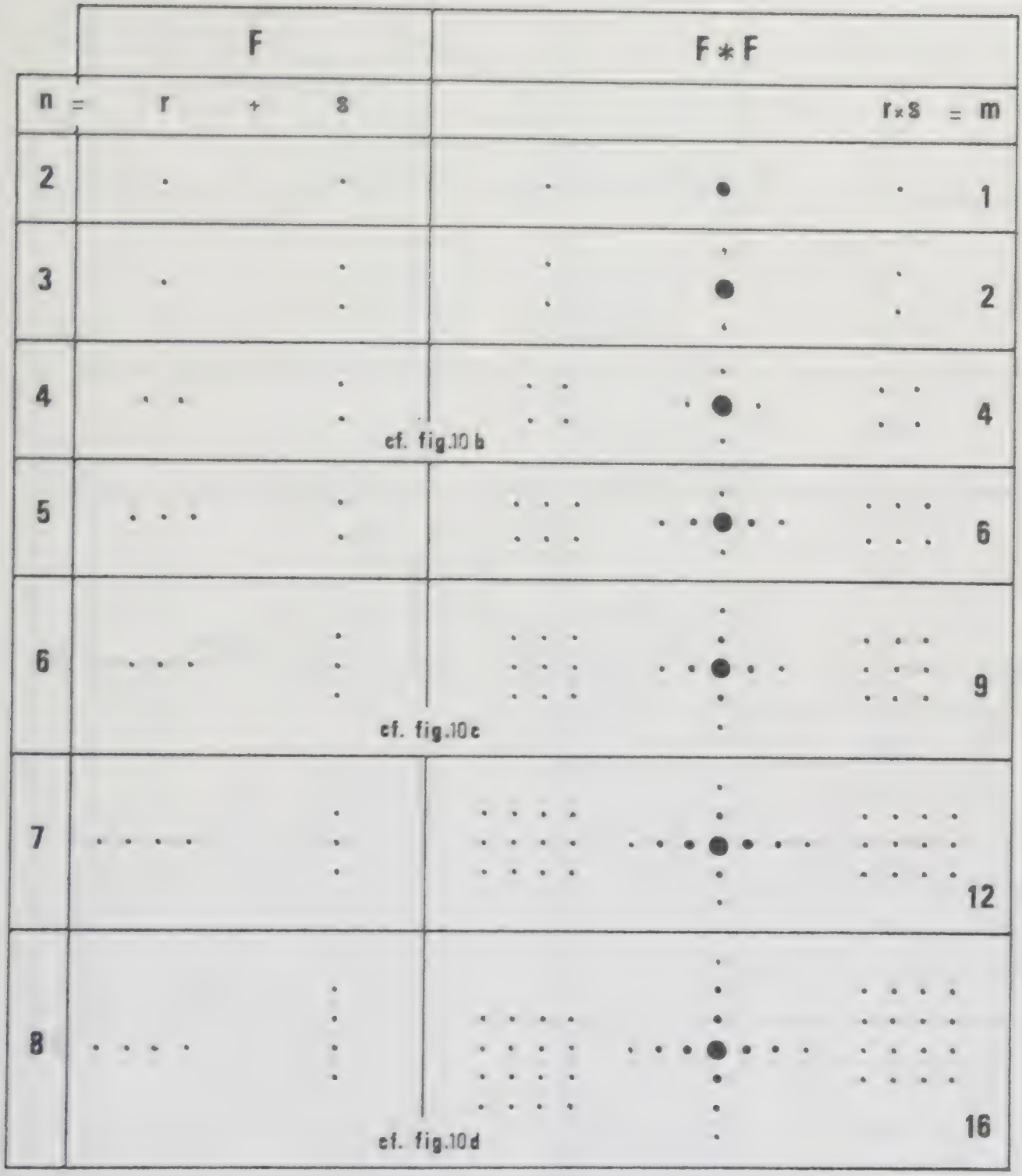


Fig. 8. — Exemples d'"hologrammes-matrice".

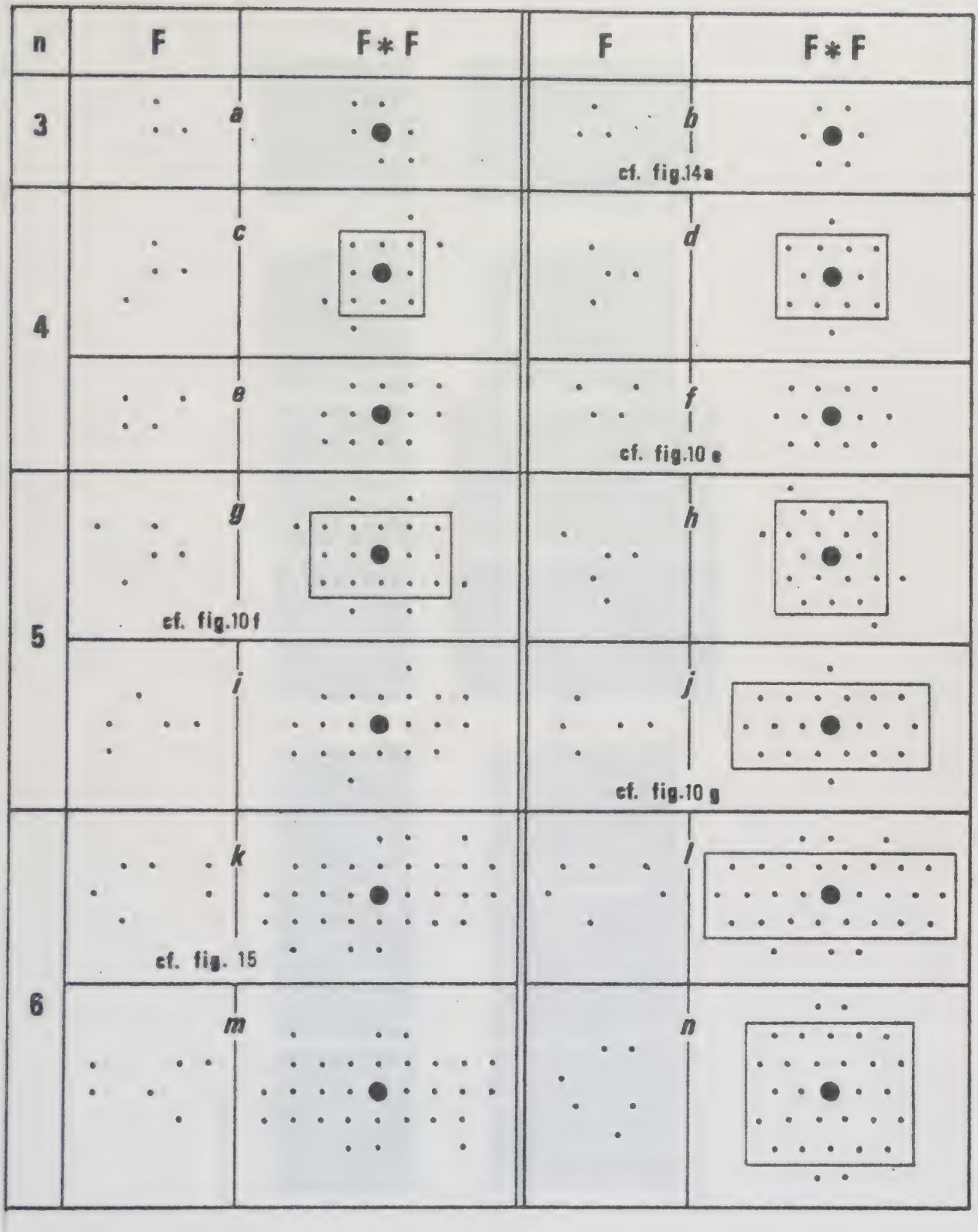


Fig. 9. — Exemples d'"hologrammes de points combinés".

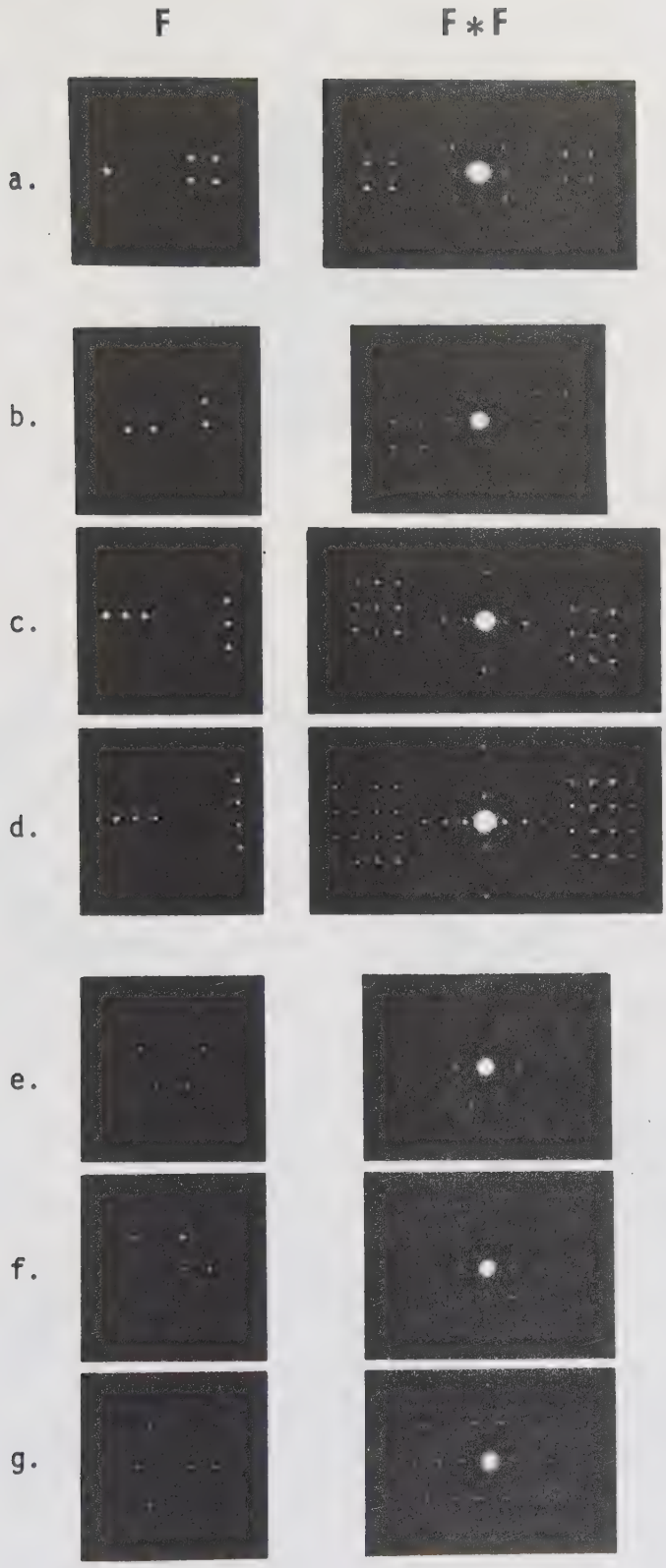
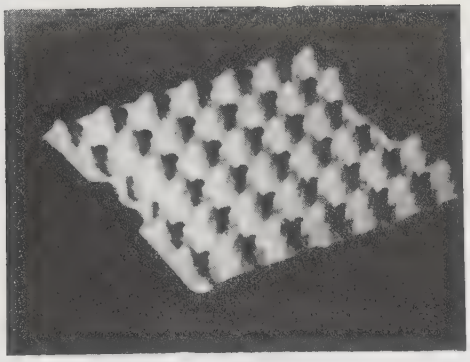


Fig. 10 - Réalisations expérimentales de quelques grilles holographiques d'amplitude.



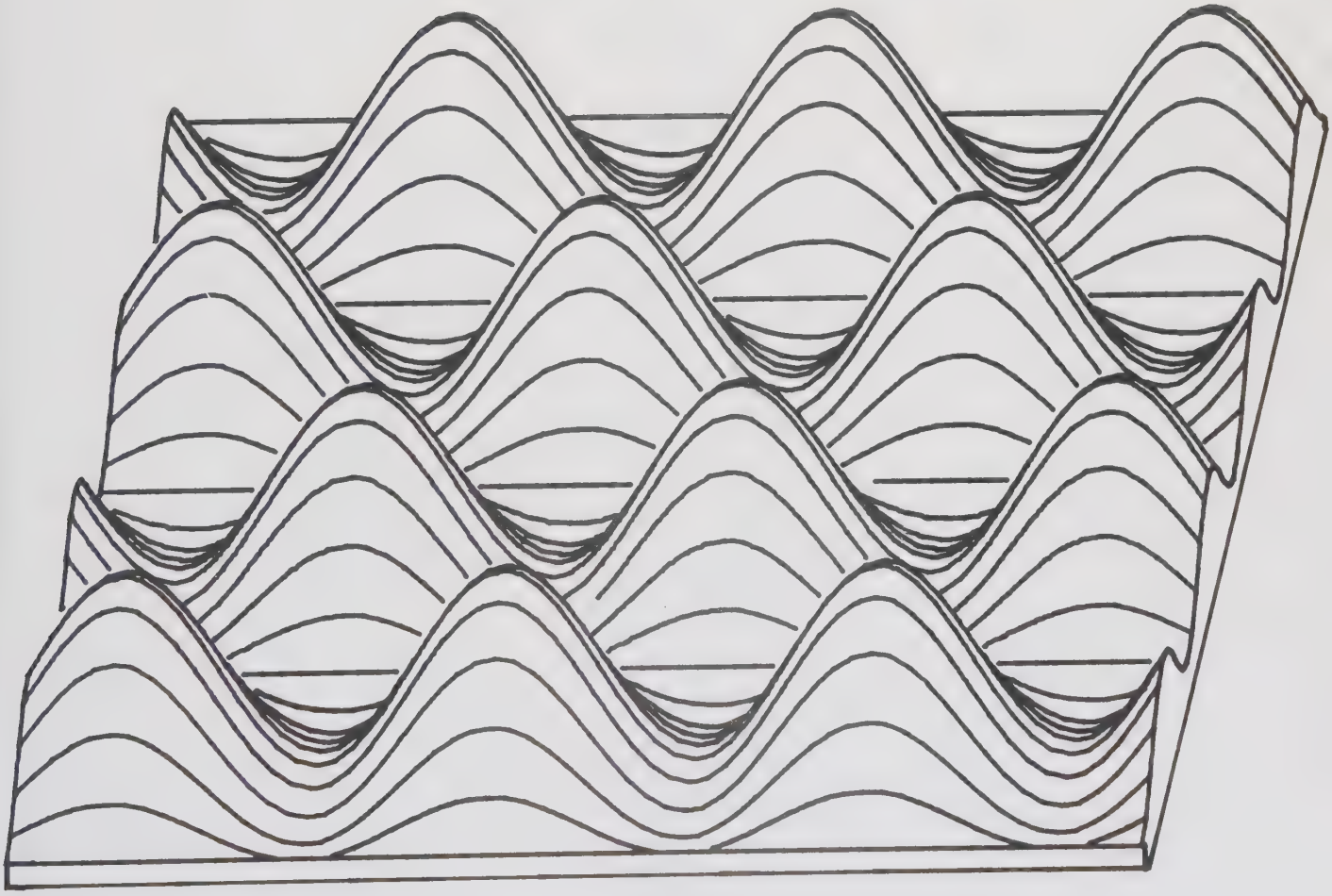


Fig. 11 - Représentation tridimensionnelle de l'aspect d'un interférogramme de trois points (l'altitude est proportionnelle à l'intensité).

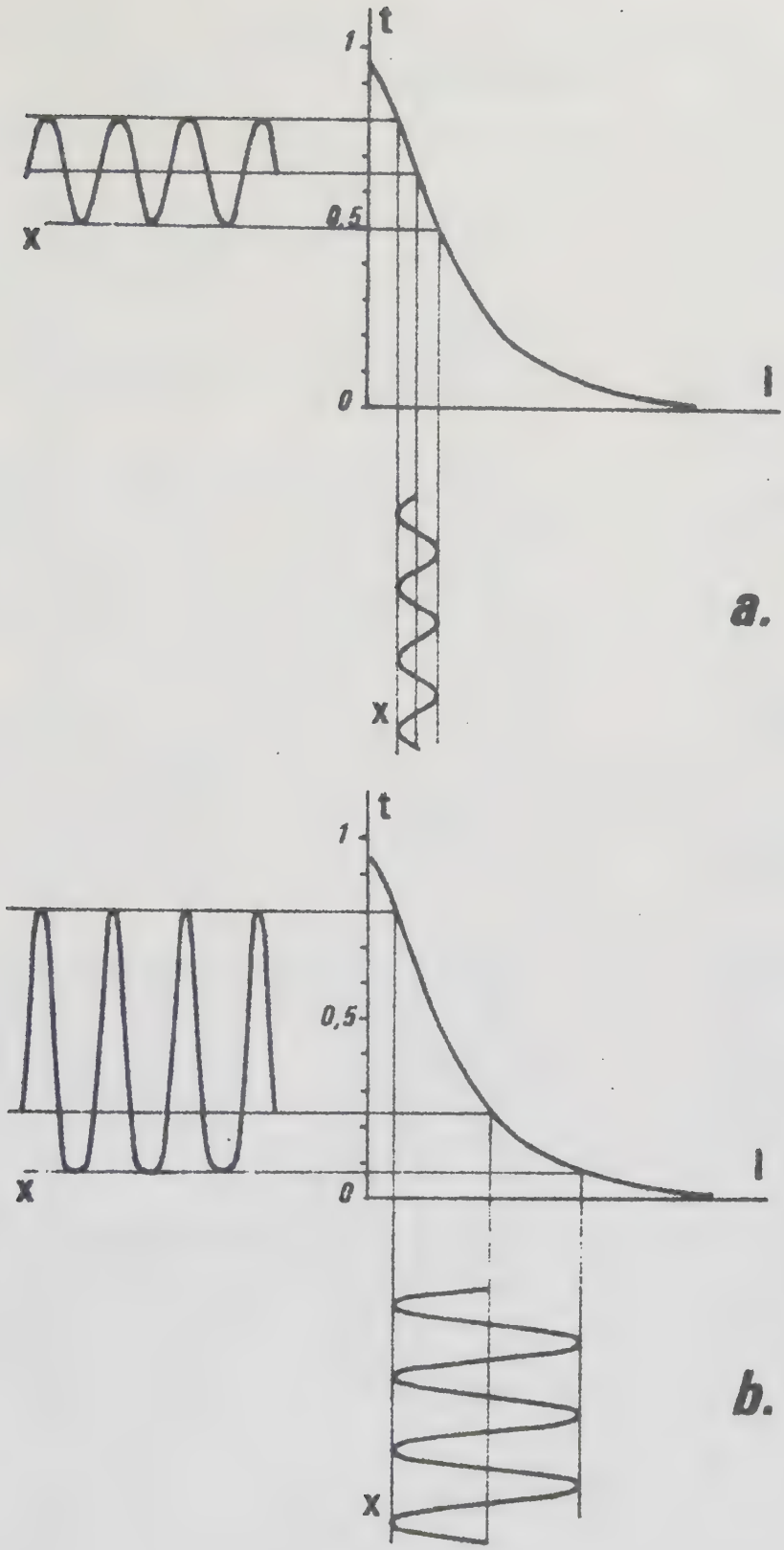


Fig. 12. — Conséquence de la non-linéarité de la caractéristique t(l) pour les fortes luminations l : déformation d'un profil sinusoïdal l(x) en un profil à minimums élargis t(x).

	Fonction	Représentation	amplitude	valeur calculée
a.	F	f f f	f	a_0
	$\delta(x', y')$	y' x' e_0	e_0	1
	$F * F$	y' x' f_1 f_1 f_1 f_0 f_1 f_1 f_1	f_0 f_1	$3a_0^2$ a_0^2
b.	$(F*F)*(F*F)$	y' x' g_3 g_2 g_3 g_2 g_1 g_1 g_2 g_3 g_1 g_0 g_1 g_3 g_2 g_1 g_1 g_2 g_3 g_2 g_3	g_0 g_1 g_2 g_3	$15a_0^4$ $8a_0^4$ $2a_0^4$ a_0^4

Fig. 13. — Corrélations multiples : a) à l'ordre 1 ; b) à l'ordre 2.

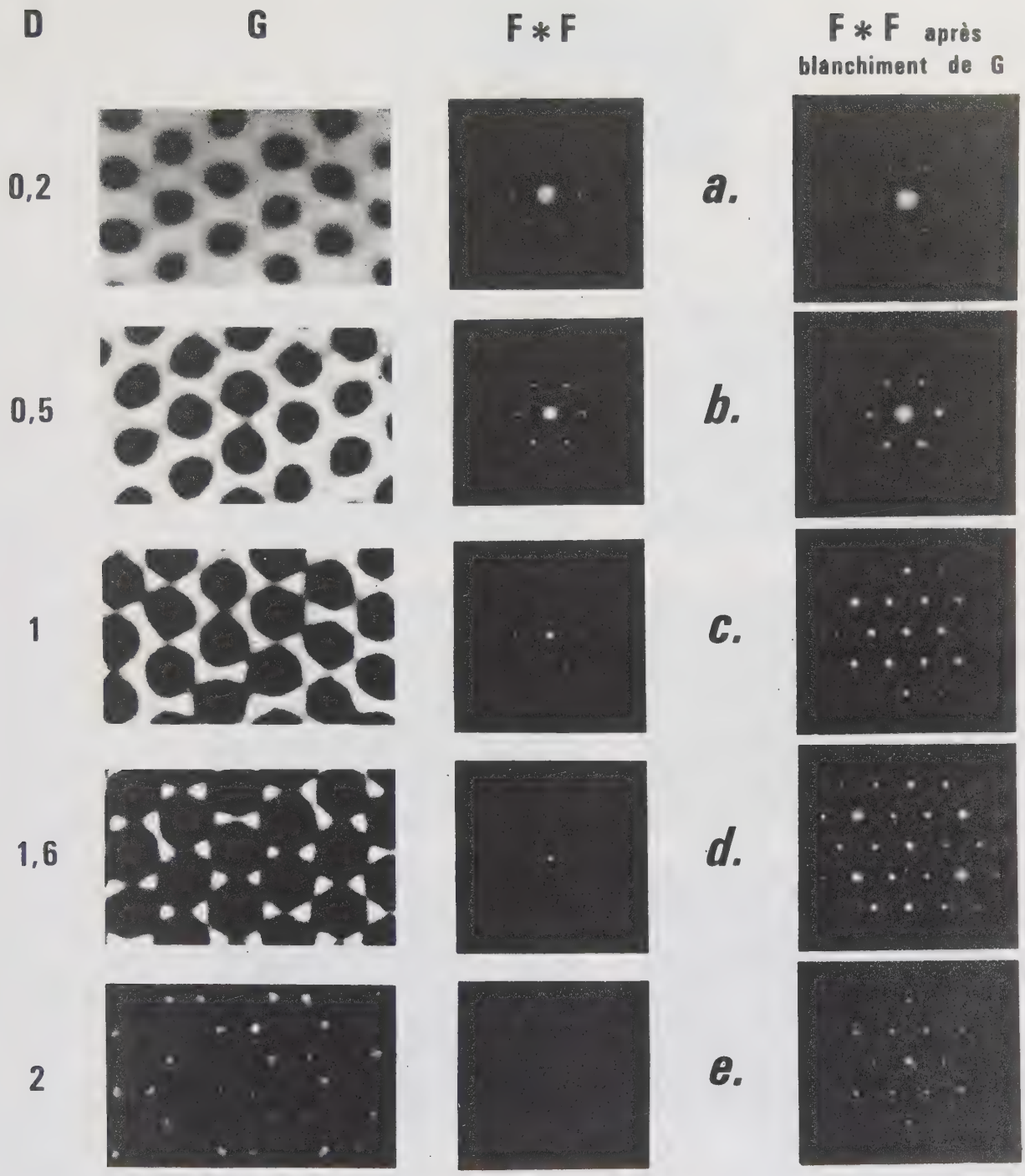


Fig. 14 - Apparition et renforcement relatif des images 2 avec l'augmentation de la densité moyenne D de l'interférogramme G (grossi), avant et après blanchiment.

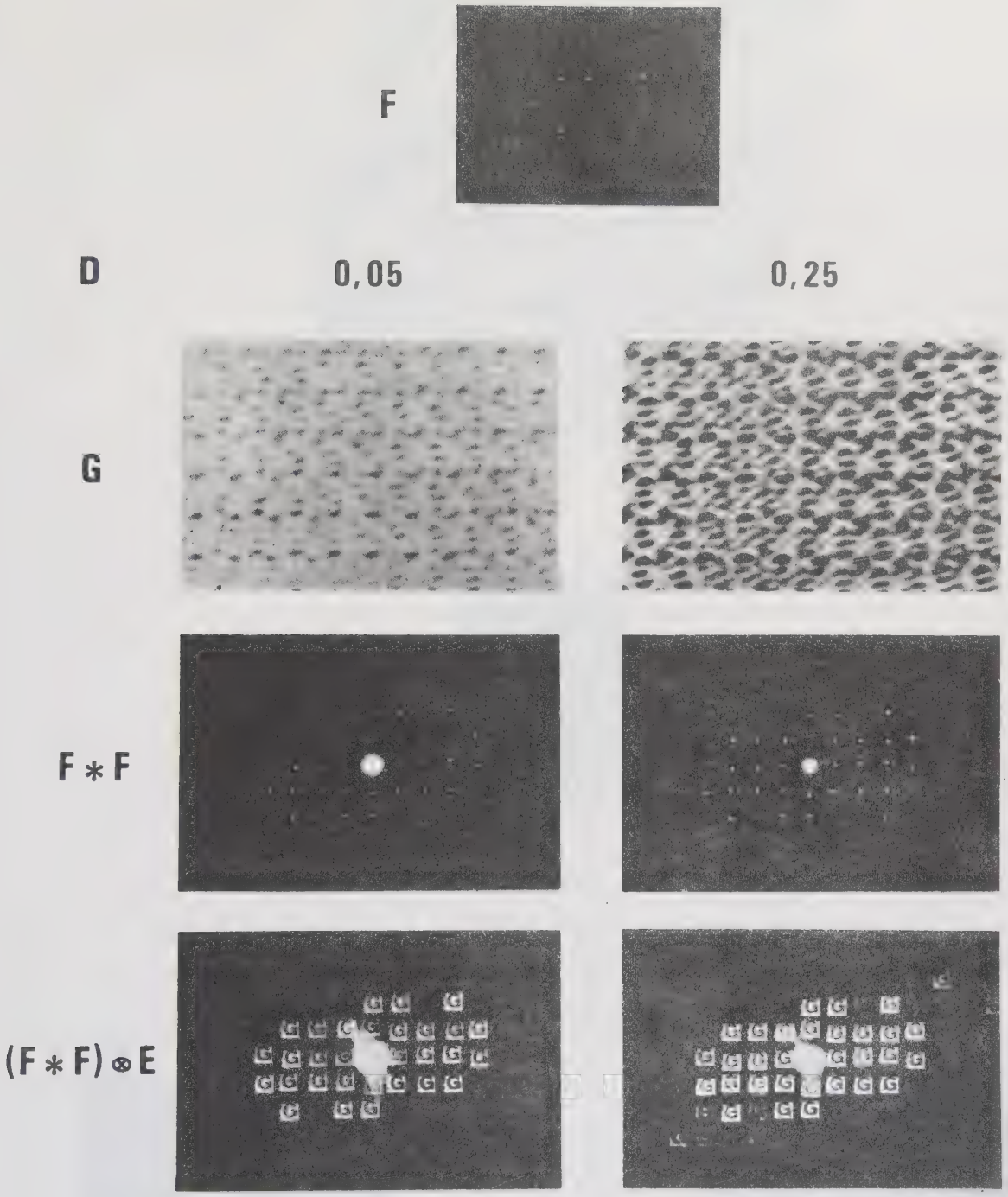


Fig. 15 - Exemple de multiplication d'images avec un interférogramme G de points combinés imparfaitement positionnés.
a) G très sous-exposé : reproduction correcte des images ;
b) G légèrement plus exposé : apparition d'images 2 parasites, reproduction brouillée.

F

F * F

lorsque, pour G, D≃1

avant blanchiment de G

•2

•2 •1 •1 •2

•1 •0 •1

•2 •1 •1 •2

•2

après blanchiment de G

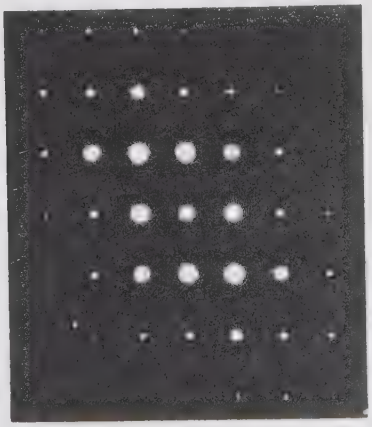


Fig. 16 - Interférogramme de 3 points disposés en triangle rectangle : après blanchiment de G, égalisation possible de 9 images en matrice. En haut : représentation tridimensionnelle de G.

CHAPITRE III

REALISATION D'UNE GRILLE MULTIPLICATRICE A PARTIR DE DEUX RESEAUX HOLOGRAPHIQUES DE PHASE UNIDIMENSIONNELS CROISES

Ce troisième chapître traite la possibilité de constituer une grille multiplicatrice par croisement de deux réseaux holographiques de phase unidimensionnels réalisés de la même façon.

III.1. RAPPELS SUR LA THEORIE DES RESEAUX DE PHASE SINUSOIDAUX

La diffraction d'une onde plane à travers un réseau donne des ondelettes planes dans des ordres discrets. Le problème fondamental, d'un grand intérêt pratique aussi bien que théorique est celui de la répartition de l'énergie entre les différents ordres.

Dans le cadre de l'application particulière que nous avons définie précédemment, nous nous intéresserons aux réseaux holographiques et rechercherons les conditions pour obtenir un rendement de diffraction le plus grand possible puis surtout l'égalisation des intensités du terme central et des termes du premier ordre.

III.1.1. Calcul des intensités diffractées dans les différents ordres

Considérons un réseau holographique transparent, mince, de pas p ; l'amplitude en un point d'abscisse x suivant une direction perpendiculaire aux traits du réseau, peut s'écrire, en choisissant convenablement l'origine des abscisses :

$$a(x) = a_o \exp\left[j\phi(x)\right]$$

L'amplitude complexe dans le plan de Fourier est proportionnelle à la transformée de Fourier de a(x) (en ne tenant pas compte de la limitation transversale de la pupille de sortie du système).

$$A(u) = \text{T.F.}\ [a(x)]$$

$$A(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_o \exp[j\phi(x)] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda} ux\right] dx \qquad \text{(III.1)}$$

La forme de la fonction $\phi(x)$ dépend du profil du réseau. Supposons que le sillon du réseau considéré a un profil sinusoïdal tel que l'onde transmise ait une structure de phase sinusoïdale, la modulation de phase étant due seulement à des variations d'épaisseur, nous pouvons écrire :

$$\phi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(x) \qquad \text{où} \qquad \Delta(x) = \Delta_o \cos \frac{2\pi}{p} x \qquad \text{(III.2)}$$

représente la variation de chemin optique. Alors :

$$A(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_o \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_o \cos \frac{2\pi x}{p}\right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda} ux\right] dx \qquad \text{(III.3)}$$

L'intégration de l'expression (III.3) n'est pas immédiate. Mais on sait [11] que l'une des exponentielles sous le signe "intégrale" est développable en série de Fourier de la manière suivante :

$$\exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_o \cos \frac{2\pi x}{p}\right] = \sum_{-\infty}^{+\infty} j^k J_k \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta_o\right) \exp\left[-jk\frac{2\pi x}{p}\right] \qquad \text{(III.4)}$$

où $J_k \left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta_o\right)$ représente la fonction de Bessel de première espèce d'ordre k (k entier). En remarquent que la quantité $\frac{2\pi}{\lambda} \Delta_o$ est indépendante de x et de u, on peut mettre l'expression (III.3) sous une forme directement intégrable. Soit, en posant $\frac{2\pi}{\lambda} \Delta_o = \Phi_o$.

$$A(u) = a_o \sum_{-\infty}^{+\infty} j^k J_k(\Phi_o) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-j \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{k\lambda}{p} - u\right)x\right\} dx$$

Compte tenu des propriétés de la transformation de Fourier, on peut écrire également :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} \left(u - \frac{k\lambda}{p}\right)x\right] dx = \delta\left(u - \frac{k\lambda}{p}\right) \qquad \text{(III.5)}$$

La valeur de l'amplitude complexe diffractée à l'infini s'écrit finalement :

$$A(u) = a_o \sum_{-\infty}^{+\infty} j^k J_k(\Phi_o) \ \delta\left(u - \frac{k\lambda}{p}\right)$$

L'intensité correspondante s'exprime par :

$$I(u) = A(u)\, A^{*}(u) = \left| a_o \sum_{-\infty}^{+\infty} j^k J_k(\Phi_o) \quad \delta(u - \frac{k\lambda}{p}) \right|^2 \qquad \text{(III.6)}$$

C'est une série de mesures de Dirac équidistantes, d'intervalle $\frac{\lambda}{p}$ et d'enveloppe $J_k(\Phi_o)$. Si l'on ne tient pas compte de la limitation transversale des faisceaux, les termes spectraux se présentent dans le plan de diffraction comme une succession de points lumineux équidistants. Le terme d'ordre zéro est centré à $u = 0$, les autres sont situés à $u = \pm k\frac{\lambda}{p}$.

En normalisant à 1 la quantité $\delta(u - \frac{k\lambda}{p})$, l'intensité des termes d'ordre 0, ±1, ±2,.. ±k, varie respectivement comme $|J_o(\Phi_o)|^2$, $|J_1(\Phi_o)|^2$, $|J_2(\Phi_o)|^2$,...$|J_k(\Phi_o)|^2$. L'intensité du terme central peut être inférieure à celle des termes latéraux, voire nulle pour certaines valeurs de Φ_o. Mais en choisissant convenablement la valeur de Φ_o il est possible de réaliser l'égalisation des intensités du terme central et des termes du premier ordre. La valeur de Φ_0 doit alors satisfaire à l'équation

$$|J_o(\Phi_o)|^2 = |J_1(\Phi_o)|^2 \qquad \text{(III.7.)}$$

L'équation (III.7) sera convenablement résolue si l'on détermine avec précision l'intersection des courbes $|J_o(\Phi_o)|^2$ et $|J_1(\Phi_o)|^2$ tracées avec soin. La figure 17 indique qu'elle possède plusieurs solutions dont la première correspond à $\Phi_o \simeq 1{,}435$ radians (fig. 18). Nous retiendrons cette valeur de Φ_o puisqu'elle correspond au maximum d'énergie dans les trois termes égaux. Dans toute la suite, nous écrirons α chaque fois que Φ_o prendra la valeur ci-dessus.

III.1.2. Efficacité du réseau

Nous définirons l'efficacité par le pourcentage de l'énergie répartie par le réseau dans les 3 maximums principaux au centre de la figure de diffraction. On la déterminera par le rapport de cette énergie à l'énergie au centre (ordre zéro) en l'absence du réseau en supposant que son absorption est nulle. Dans le cas considéré les 3 maximums principaux auront

des intensités égales. Ainsi la quantité d'énergie contenue dans ces 3 maximums centraux sera égale à $3J_o^2(\alpha)$ à un facteur constant près. En faisant $\Phi_o=0$, c'est-à-dire en enlevant le réseau, on ne modifie pas sensiblement la quantité totale d'énergie dans le plan de diffraction. Par conséquent nous pouvons écrire que cette quantité d'énergie sera à une constante près, égale à $J_o^2(0)$. L'efficacité du réseau sera alors :

$$e = \frac{3J_o^2(\alpha)}{J_o^2(0)} = 3\ J_o^2(1{,}435) = 0{,}8921 \qquad \text{(III.8)}$$

en normalisant à 1 l'énergie au centre $J_o^2(0)$.

Nous notons donc qu'un réseau de phase sinusoïdal travaillant dans les conditions précisées ci-dessus diffracte environ les 90 % de l'énergie incidente dans l'image centrale et les images d'ordre ± 1. On voit sur les figures 18 et 19 que pour $\Phi_o = \alpha$, les autres termes latéraux $J_2^2(\alpha)$; $J_3^2(\alpha)$,..., ne sont pas nuls mais restent très faibles et peuvent être pratiquement négligés.

En comparant les propriétés de différents types de réseaux de phase, il a été montré [12] que la plus grande efficacité correspond au réseau sinusoïdal de phase.

Or la réalisation de tels réseaux par les procédés tels que traçage par ordinateur, gravure, reproduction par contact sur photorésists,... ne va pas sans soulever des problèmes technologiques, et ne semble pas très aisée. Nous pensons que le procédé interférométrique avec enregistrement sur émulsion photographique en permet la réalisation d'une façon relativement simple.

III.2. ENREGISTREMENT HOLOGRAPHIQUE

Un hologramme est le résultat de l'enregistrement sur une émulsion photosensible de la modulation sous forme d'interférences, d'une onde de référence (par exemple, une onde plane issue d'un point-source) par l'onde issue de l'objet étudié, qui sera dans notre cas un autre point-source.

Soient deux systèmes d'ondes planes Σ_0 et Σ_r d'amplitudes complexes respectives A_o et A_r, de même longueur d'onde λ et dont les directions dé

propagation sont inclinées de Θ_o et Θ_r par rapport à la normale à la surface de l'émulsion (fig. 20).

On peut, en choisissant convenablement l'origine des coordonnées, décrire analytiquement ces deux ondes respectivement par :

$$A_o(z,y) = a_o \exp\{jk(z \cos \theta_o + y \sin \theta_o)\} = a_o \exp\{j\Phi_o(zy)\}$$

$$A_r(z,y) = a_r \exp\{jk(z \cos \theta_r + y \sin \theta_r)\} = a_r \exp\{j\phi_r(zy)\}.$$

avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

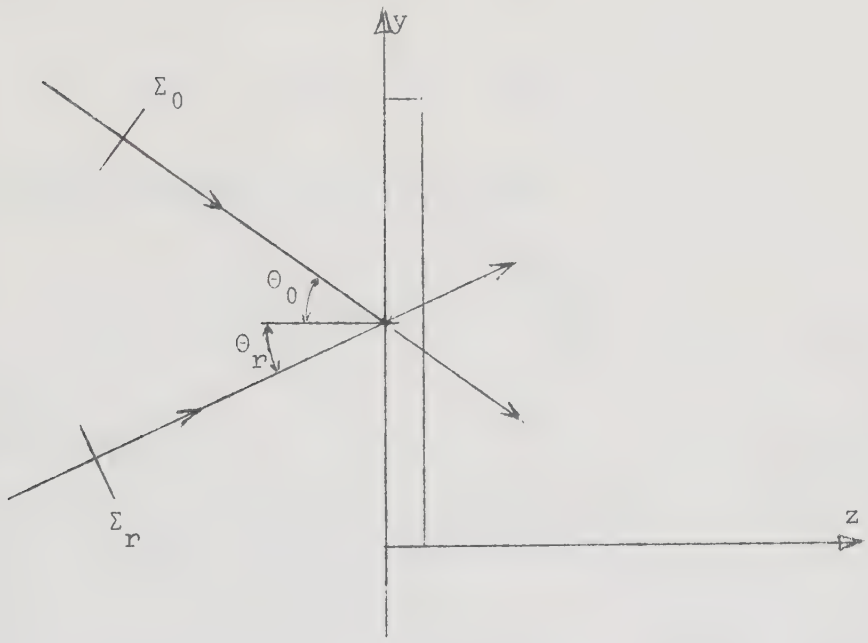


FIG. 20

En un point de leur champ d'interférence, l'amplitude résultante est :

$$A(y,z) = A_o(y,z) + A_r(y,z)$$

A cette répartition d'amplitude correspond l'intensité lumineuse :

$$I(y,z) = A(y,z).\ A^*(y,z)$$
$$= \left[a_o \exp\{j\Phi_o(y,z)\} + a_r \exp\{j\Phi_r(y,z)\}\right]$$
$$\times \left[a_o \exp\{-j\Phi(y,z)\} + a_r \exp\{-j\Phi(y,z)\}\right].$$

$$I(y,z) = (a_o^2 + a_r^2)\left[1 + \frac{2a_o a_r}{a_o^2 + a_r^2} \cos \phi(y,z)\right]$$

en posant $\Phi(y,z) = \Phi_o(y,z) - \Phi_r(y,z)$

$$= k\ \{z(\cos\theta_o - \cos\theta_r) + y\ (\sin\theta_o - \sin\theta_r)\}$$

La lumination correspondante, pour un temps de pose τ est :

$$l(y,z) = \tau I(y,z) = \tau(a_o^2 + a_r^2)\ \left[1 + \frac{2a_o a_r}{a_o^2 + a_r^2} \cos\Phi\ (y,z)\right]$$

$$l\ \max = \tau(a_o^2 + a_r^2 + 2a_o a_r)$$

$$l\ \min = \tau(a_o^2 + a_r^2 - 2a_o a_r)$$

La visibilité des franges étant définie par :

$$v_l = \frac{l\ \max - l\ \min}{l\ \max + l\ \min} = \frac{2a_o a_r}{a_o^2 + a_r^2}$$

nous pouvons écrire

$$l(y,z) = l_o\ \left[1 + V_l \cos\Phi\ (y,z)\right]$$

où $\quad l_o = \tau(a_o^2 + a_r^2)$

Dans nos expériences, les deux ondes interférant sont issues de deux points-sources, cohérents et égaux en intensité. Ainsi $a_o = a_r$ et $V_l = 1$. Alors

$$l(y,z) = l_o\ \left[1 + \cos\Phi(y,z)\right] \qquad \text{avec } l_o = 2\tau a_o^2 \qquad \text{(III.9)}$$

En plaçant le milieu photosensible dans le champ d'interférence des deux faisceaux, cette répartition sinusoïdale d'énergie peut être enregistrée sous forme d'une répartition de la densité optique.

En effet, si l'on soumet une émulsion à un éclairement uniforme E, elle présente après développement un noircissement caractérisé par son opacité $O = E/E_o$ (E étant l'énergie transmise par l'émulsion impressionnée et révelée lorssqu'elle reçoit une énergie incidente E_o), ou sa densité optique $D = \log O = \log \frac{1}{T}$, où T est la transparence en énergie.

Or, d'une façon générale, l'enregistrement photographique ne constitue pas un processus de reproduction linéaire. Il a été montré (voir fig. 12, chap. II) comment en utilisant la courbe t = f(l) de l'émulsion l'on peut transformer graphiquement une lumination sinusoïdale l(x). Pour l'obtention d'un réseau dont la transparence en amplitude t(l) suive une loi sinusoïdale, il faut enregistrer les franges dans la partie linéaire de la courbe t = f(l), ce qui correspond au coude inférieur (zone de sous-exposition) de la courbe Hurter et Driffield (courbe H & D) de l'émulsion.

III.3. MISE EN OEUVRE DES DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX ; RESULTATS OBTENUS A PARTIR DES RESEAUX DE PHASE ENREGISTRES SUR EMULSION PHOTOGRAPHIQUE

Le montage d'enregistrement est le même que celui schématisé sur la figure 5 (chap. II) mais comportant seulement les dioptres 1-2 et 1'-2'. Ainsi on enregistre le système de franges produit par les images données par les faces 1 et 1' (en supprimant dans le plan P_i les images données par les faces 2 et 2').

Manipulations :

- Choix et réglage de l'écartement des images de la source dans le plan Pi pour obtenir le réseau de la fréquence spatiale désirée ;
- enregistrements photographiques de l'image des franges dans le plan G, pour des temps de pose croissant en progression régulière (entre 4 secondes et 60 secondes pour nos conditions d'éclairement) ; on termine chaque film par une mesure systématique du gamma (courbe H & D).

L'émulsion utilisée pour l'enregistrement des hologrammes est le film Scientia 10E75 et pour l'enregistrement des figures de diffraction le film Ilford FP_4 125 ASA. Après développement des films, les opérations suivantes sont effectuées :

1°) coupes densitométriques au microdensitomètre Joyce ;

2°) observation et photographie des structures de certains des réseaux d'amplitude au moyen d'un microscope ;

3°) blanchiment des réseaux d'amplitude, les transformant en réseaux de phase ;

4°) tests de diffraction des réseaux de phase permettant l'évaluation de la distribution d'intensité dans les différents ordres de diffraction ;

5°) détermination des profils exacts des réseaux de phase à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder.

La courbe expérimentale de noircissement de l'émulsion utilisée (courbe H & D) est présentée sur la figure 21. Elle indique pour l'émulsion un contraste très élevé ($\gamma \simeq 9$).

III.3.1. Mesure de la densité optique des réseaux

Les coupes densitométriques au microdensitomètre Joyce ne fournissent que des valeurs moyennes de la densité optique. En effet, la fréquence des réseaux étant de 50 à 100 traits/mm (pas de 10 à 20 µm), une exploration fine du profil "des sillons" ne rendrait pas compte de ce profil, étant donné les possibilités pratiques du microdensitomètre utilisé (au mieux une période s'inscrit dans 5 millimètres en abscisse et une dizaine de centimètres en ordonnée). Aussi nous avons intégré le phénomène en utilisant une fente large. La figure 22 montre un exemple de ces coupes densitométriques pour lesquelles nous avons utilisé le grandissement 1 en abscisse. Les fluctuations importantes (en ordonnée) indiquent un manque d'uniformité du champ d'interférence, dû d'une part aux inévitables imperfections des surfaces réfléchissantes ou réfringentes rencontrées par le faisceaux lumineux, d'autre part, à des imperfections expérimentales éventuelles de centrage du champ éclairé, peu détectables visuellement mais amplifiées par le grand contraste de l'émulsion. A cause de ces fluctuations la densité optique moyenne n'est en toute rigueur pas la même en tous les points de l'interférogramme : une incertitude ΔD déduite de la coupe densitométrique sera précisée pour chaque valeur de D ainsi mesurée.

III.3.2. Microphotographie des réseaux d'amplitude

La figure 23 montre les microphotographies de quelques réseaux d'amplitude, pour les trois fréquences spatiales adoptées et deux densités optiques moyennes. On observe au moins qualitativement que les parties sombres des franges sont déjà beaucoup plus larges que les parties claires pour D = 1 et que ce phénomène s'accentue pour D = 2. On peut s'attendre à ce que le blanchiment ne conduise pas nécessairement à un profil de phase sinusoïdal.

III.3.3. Blanchiment des réseaux d'amplitude

Le blanchiment de tous les réseaux d'amplitude obtenus est effectué suivant les techniques et avec les solutions décrites précédemment (cf. § II.5), en maintenant aussi constantes que possible les conditions expérimentales.

III.3.4. Test de diffraction des réseaux de phase

Après blanchiment, on obtient une collection de réseaux de phase, qu'il s'agit de "tester" pour connaître leurs caractéristiques et vérifier s'ils réalisent les conditions de l'égalisation cherchée entre l'ordre zéro et l'ordre un.

On a rapporté sur les figures 24, 25 et 26 les figures de diffraction obtenues au laser He-Ne de quelques réseaux dont la densité optique moyenne mesurée au microdensitomètre Joyce avant blanchiment, est indiquée à gauche. A droite on a affiché une valeur estimée de ϕ_0, la moitié de la profondeur de modulation, évaluée à partir des courbes des fonctions de Bessel (fig. 19) en supposant que le profil du réseau de phase considéré est sinusoïdal : une observation qualitative des rapports d'intensité sur une photographie des divers ordres diffractés conduit à déterminer une valeur de Φ_0 telle que les valeurs correspondantes de J_0^2, J_1^2, J_2^2... soient dans les mêmes rapports. La méthode semble convenir pour les réseaux de fréquence N = 104 mm^{-1} ; elle est difficilement applicable aux réseaux de fréquence N = 73 mm^{-1}. Elle n'est pratiquement pas utilisable pour les réseaux de fréquence N = 52 mm^{-1} ÷

la diffraction de tels réseaux ne peut donc pas s'interpréter par les courbes des fonctions de Bessel. Nous vérifierons dans le paragraphe suivant que le profil, en effet n'est pas sinusoïdal.

Pour la première série de réseaux, de profil probablement proche d'une sinusoïde, il a été possible de construire une courbe indiquant les variations de Φ_0 en fonction de la densité moyenne D mesurée avant blanchiment chaque point expérimental se trouvant à l'intérieur d'un rectangle d'incertitude de côtés $2\Delta D$ et $\Delta\Phi_0$. Cette courbe (fig. 27) montre que Φ_0 croît assez rapidement avec D à partir de D = 0, jusqu'à un maximum $\Phi_0 \simeq 2$ radians pour $D \simeq 1$, puis décroît plus lentement lorsque D continue d'augmenter. On rencontre deux fois sur cette courbe la valeur cherchée α, mais la première valeur de D correspondante est faible et nécessiterait une durée d'exposition courte donc difficile à régler avec précision. Au contraire la deuxième valeur de D beaucoup plus forte (de l'ordre de 2,2) peut être atteinte en choisissant des temps de pose successifs "plus serrés" en valeurs relatives.

III.3.5. Détermination des profils de réseaux de phase au moyen d'un interféromètre de MACH-ZEHNDER

Nous avons montré précédemment que la diffraction de certains réseaux de phase ne pouvait pas s'expliquer à partir des fonctions de Bessel, du fait que leur profil n'est probablement pas sinusoïdal.

Nous avons vérifié cette hypothèse en observant le profil de ces réseaux de phase à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder schématisé sur la figure 28, où S_1 et S_2 sont deux lames semi-transparentes, M_1 et M_2 deux miroirs plans, Ob_1 et Ob_2 deux objectifs de microscope de fort grossissement ; R est le réseau de phase à étudier, E le plan d'enregistrement de l'image du réseau de phase en question.

Le réseau R est disposé perpendiculairement au faisceau laser, devant l'objectif de microscope Ob_1 qui doit être de grande ouverture afin de collecter tous les ordres diffractés par R. Ob_1 a un grossissement sensiblement égal à celui de Ob_2 ; ainsi en l'absence de R, interfèrent dans le plan E, deux ondes sphériques de même courbure. A grande distance cette courbure est faible et l'on peut considérer qu'on a affaire à deux ondes planes. La figure 29 a montre la photographie du montage effectivement utilisé. On a rapporté sur les figures 30, 31 et 32 quelques clichés de profils de réseaux de phase. Chaque planche montre les variations de profil en fonction de la densité optique D mesurée avant blanchiment, pour une fréquence spatiale donnée.

En agissant sur le réglage des miroirs, on peut "resserrer" le réseau de franges de façon par exemple à reproduire la même échelle en ordonnée et en abscisse, ce qui a l'avantage de fournir en proportion exacte le profil de la surface d'onde diffractante (fig. 29b). En fait, cette condition nécessite un grand resserrement des franges et le rapport de l'interfrange à la période du réseau étudié, soit 0,6328 µm/10µm, est fort difficile à ajuster sur le montage.

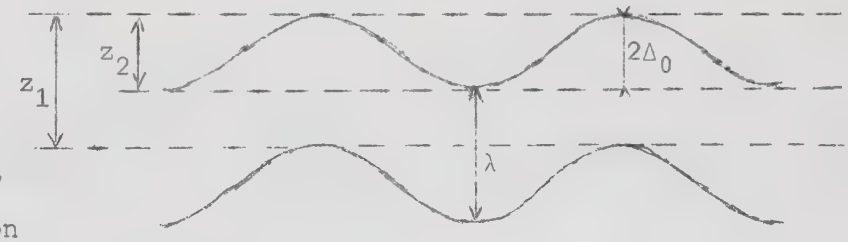
Nous avons donc dilaté l'échelle des ordonnées (c'est-à-dire l'interfrange) afin de faire apparaître plus nettement la forme de l'ondulation cherchée, et faciliter la mesure effective de la profondeur de modulation.

On constate que les profils sont proches d'une sinusoïde pratiquement jusqu'à $D \simeq 1$ sur la figure 30, $D \simeq 0,7$ sur la figure 31 et $D \simeq 0,5$ sur la figure 32. Ensuite ils se déforment en arcs de cercles ou en demi-ellipses, disons en arches.

III.3.5.a. Variation de la modulation de phase Φ_0 en fonction de la densité optique D.

La mesure de la profondeur de modulation se fait directement à partir d'une photographie en déterminant le rapport de la hauteur d'une "bosse" (hauteur du relief ou profondeur de modulation) sur l'interfrange. On a :

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{2\Delta_0}{\lambda}$$



La variation de la profondeur de modulation se ramène à une variation de phase puisque (cf. éq. III.2) : $\Phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta_0$. On en déduit $\Phi_0 = \pi \frac{z_2}{z_1}$.
On peut alors tracer, comme précédemment, les courbes Φ_0 (D). Les graphes obtenus sont présentés sur les figures 33, 34 et 35.

En comparant les figures 33 et 27 qui concernent les réseaux de fréquence $N = 104\ mm^{-1}$, on constate que les parties ascendantes sont pratiquement identiques. Cette zone ($D \leqslant 1$) correspond justement aux réseaux de profil sinusoïdal.

L'examen des figures 33, 34 et 35 montre que le maximum de Φ_0 se produit toujours pour $D \simeq 1$ mais croît avec le pas du réseau.

Revenons aux figures de diffraction des réseaux de fréquence $N = 73\ mm^{-1}$ et $N = 52\ mm^{-1}$; on note :

- d'une part, la tendance pour les réseaux de profils en arches à donner 5 termes d'intensités très voisines (termes d'ordre 0, ± 1 et ± 2) : c'est par exemple le cas sur la figure 25 de la photographie correspondant à la densité D = 1,8, et sur la figure 26 la photo correspondant à D = 1,5 ;

- d'autre part que cette disposition est assez fréquente et change peu pour des variations notables de la profondeur de modulation.

On ne peut pour l'instant que constater expérimentalement comment se répartissent les intensités relatives des divers ordres diffractés pour un profil en arches, car on ne dispose pas à priori de moyen de calcul simple comme il en existe pour le profil de phase sinusoïdal (fonctions de Bessel).

Nous proposerons justement dans le prochain chapître une méthode "synthétique" de calcul de la distribution d'intensité pour une forme de profil quelconque.

III.3.5.b. Influence d'une variation de la profondeur de modulation sur l'intensité des termes diffractés

Pour un réseau de phase sinusoïdal, nous étudierons cette influence en définissant une nouvelle grandeur : la sensibilité S du réseau. Appelons ρ^2 le rapport de l'intensité du terme d'ordre 1 à l'intensité du terme d'ordre 0 soit $\rho^2 = J_1^2(\Phi_0)/J_0^2(\Phi_0)$; la sensibilité S traduira la variation de ρ en fonction de la modulation de phase Φ_0 de la surface du réseau et se mesurera par la quantité.

$$S = 2(d\rho/d\Phi_0)$$

avec, compte tenu des propriétés des fonctions de Bessel :

$$\frac{d\rho}{d\Phi_0} = 1 + \frac{J_1^2(\Phi_0)}{J_0^2(\Phi_0)} - \frac{J_1(\Phi_0)}{\Phi_0\ J_0(\Phi_0)}$$

Ainsi pour un réseau de phase sinusoïdal et $\Phi_0 = \alpha$, la sensibilité est environ 2,6, c'est-à-dire qu'une variation de 10 % dans la hauteur du relief ($2\ \Delta_0$) produit une variation de l'ordre de 26 % dans les intensités relatives.

Une variation de la profondeur de modulation conduit donc assez vite à une variation importante de la répartition d'intensité, mais uniquement dans le cas du réseau de phase sinusoïdal. Pour les réseaux de profil en arches - nous l'avons déjà mentionné - la distribution d'intensité est peu modifiée par une variation de la profondeur de modulation. C'est un avantage de notre méthode qui donne le plus fréquemment ce type de profils.

Remarque : Le profil en arches, conduisant pratiquement à 5 images, n'est pas le plus efficace si l'on désire 3 images seulement ; à ce point de vue, comme nous l'avions souligné plus haut, le réseau de phase sinusoïdal convient mieux.

III.4. RESEAUX DE PHASE UNIDIMENSIONNELS CROISES : MULTIPLICATION D'IMAGES

Nous sélectionnons deux réseaux qui remplissent la condition cherchée, c'est-à-dire qui diffractent au moins 3 images de même intensité pour la longueur d'onde utilisée. Si nous interposons les deux réseaux unidimensionnels sur le trajet d'un faisceau cohérent, en les disposant de façon telle que leurs axes soient croisés perpendiculairement, nous observons dans le plan spectral une matrice de 3 x 3 points-images d'intensités égales. Ce procédé conduit donc à l'affichage d'un ensemble d'images identiques. C'est ce qus nous avons désigné par le terme de multiplication d'images.

Le système formé par les deux réseaux de phase unidimensionnels ainsi croisés est un réseau de phase bidimensionnel. L'amplitude complexe résultant des deux réseaux unidimensionnels de transparence $a(x)\exp\{j\Phi(x)\}$ et $a(y)\exp\{j\Phi(y)\}$ respectivement est donnée au point (x,y) par $a(x)a(y)\exp\{j[\Phi(x) + \Phi(y)]\}$. Pour des réseaux de phase pure $a(x) = a(y) = 1$ et l'amplitude complexe diffractée par un tel réseau vaut :

$$A(u,v) = \iint a_o \exp[j\Phi(x) + j\Phi(y)] \exp[-j \frac{2\pi}{\lambda} (ux+vy)] \, dx \, dy$$

où a_o est un facteur photométrique.
$A(u,v)$ peut encore se mettre sous la forme :

$$A(u,v) = A(u).\ A(v).$$

Dans le cas d'un réseau de phase sinusoïdal, l'intensité correspondante s'exprime par :

$$I(u,v) = \left| a_o \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} j^k j^q J_k(\Phi_0) J_q(\Phi_0) \delta(u - \frac{k\lambda}{p}) \delta(v - \frac{q\lambda}{p}) \right|^2 \quad \text{(III.10)}$$

Les calculs théoriques montrent que l'efficacité de la grille ainsi constituée est de l'ordre de 81 % (cf. § III.1.2.).

Dans certains cas, nous l'avons vu plus haut, on peut réussir des réseaux holographiques de phase qui fournissent 5 images alignées d'intensités sensiblement égales. On obtient alors, suivant les combinaisons, des grilles qui donnent 9, 15 ou 25 images (fig. 36).

CONCLUSION

Les résultats expérimentaux présentés dans ce chapître conduisent aux conclusions suivantes :

- Un réseau holographique blanchi est susceptible de fournir 3 images alignées de même intensité, en ajustant la profondeur de modulation qui dépend, en général, de la densité optique avant blanchiment.

- Ce résultat peut être obtenu quel que soit le profil de l'ondulation.

- Avec l'émulsion et dans les conditions de blanchiment employées, le profil est approximativement sinusoïdal lorsque la densité mesurée avant blanchiment est inférieure à 1 ; pour des densités supérieures, ce profil tend à ressembler à une succession d'arches.

- Dans ce cas, on peut réussir des réseaux pour lesquels l'intensité des termes d'ordre ± 2 est presque égale à celle du terme central et des termes d'ordre ± 1 ce qui donne pratiquement 5 images alignées.

- L'intérêt de l'étude réside dans la possibilité de constituer une grille multiplicatrice d'images en croisant perpendiculairement deux de ces réseaux indépendants.

Cette méthode semble alors la solution la plus simple pour réaliser une grille holographique destinée à la multiplication d'images et ayant un rendement de diffraction maximal.

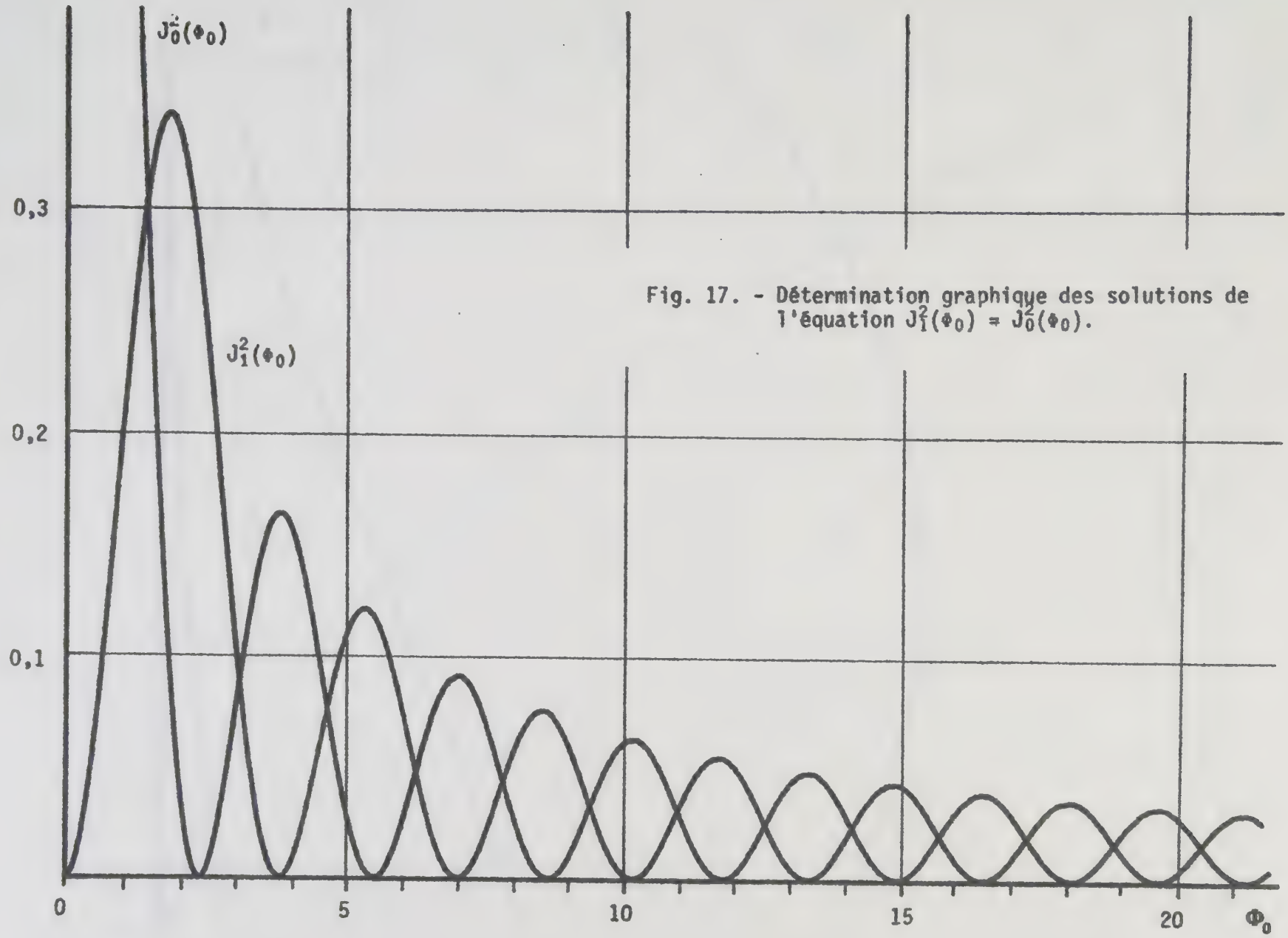
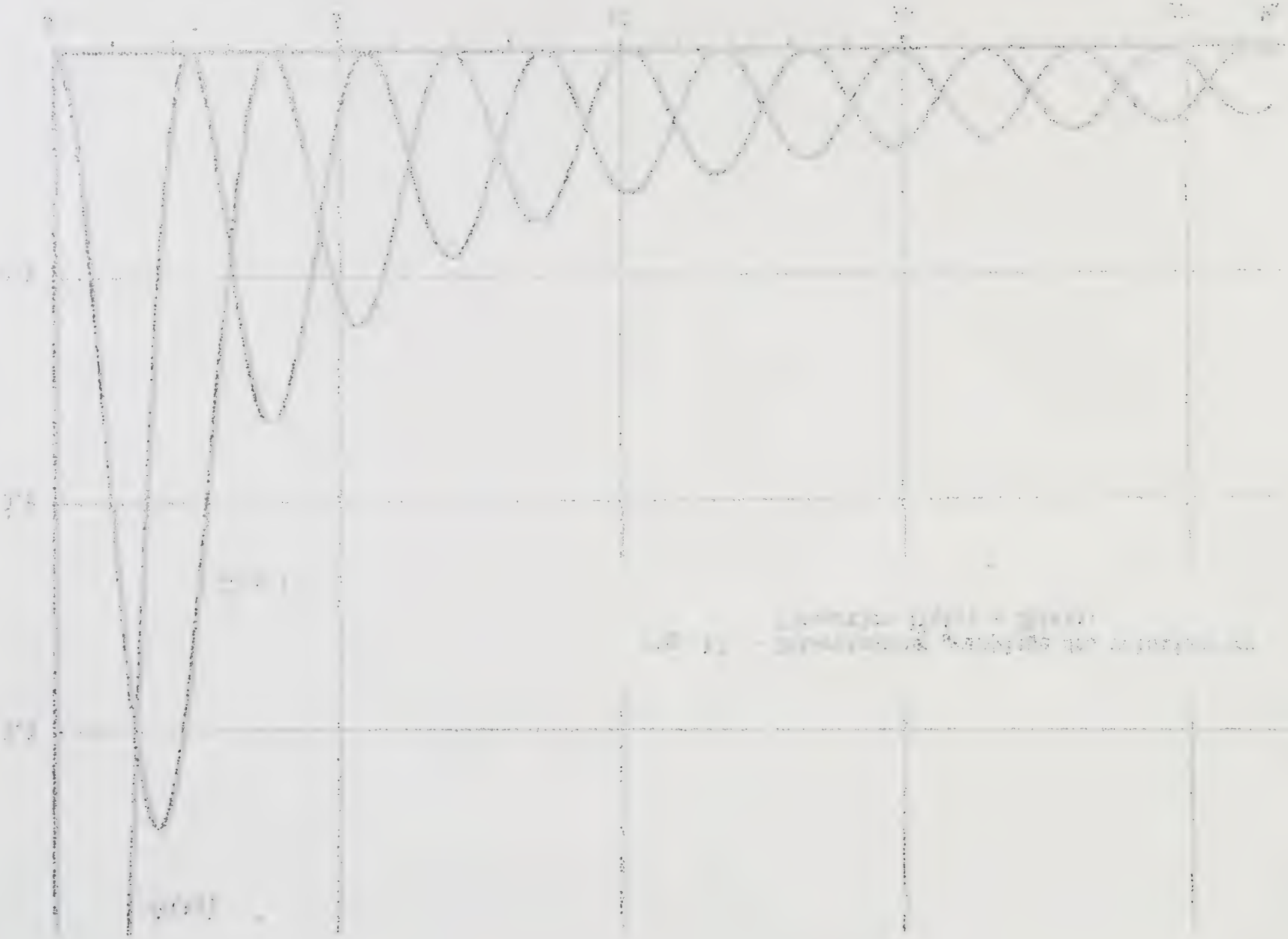


Fig. 17. - Détermination graphique des solutions de l'équation $J_1^2(\Phi_0) = J_0^2(\Phi_0)$.



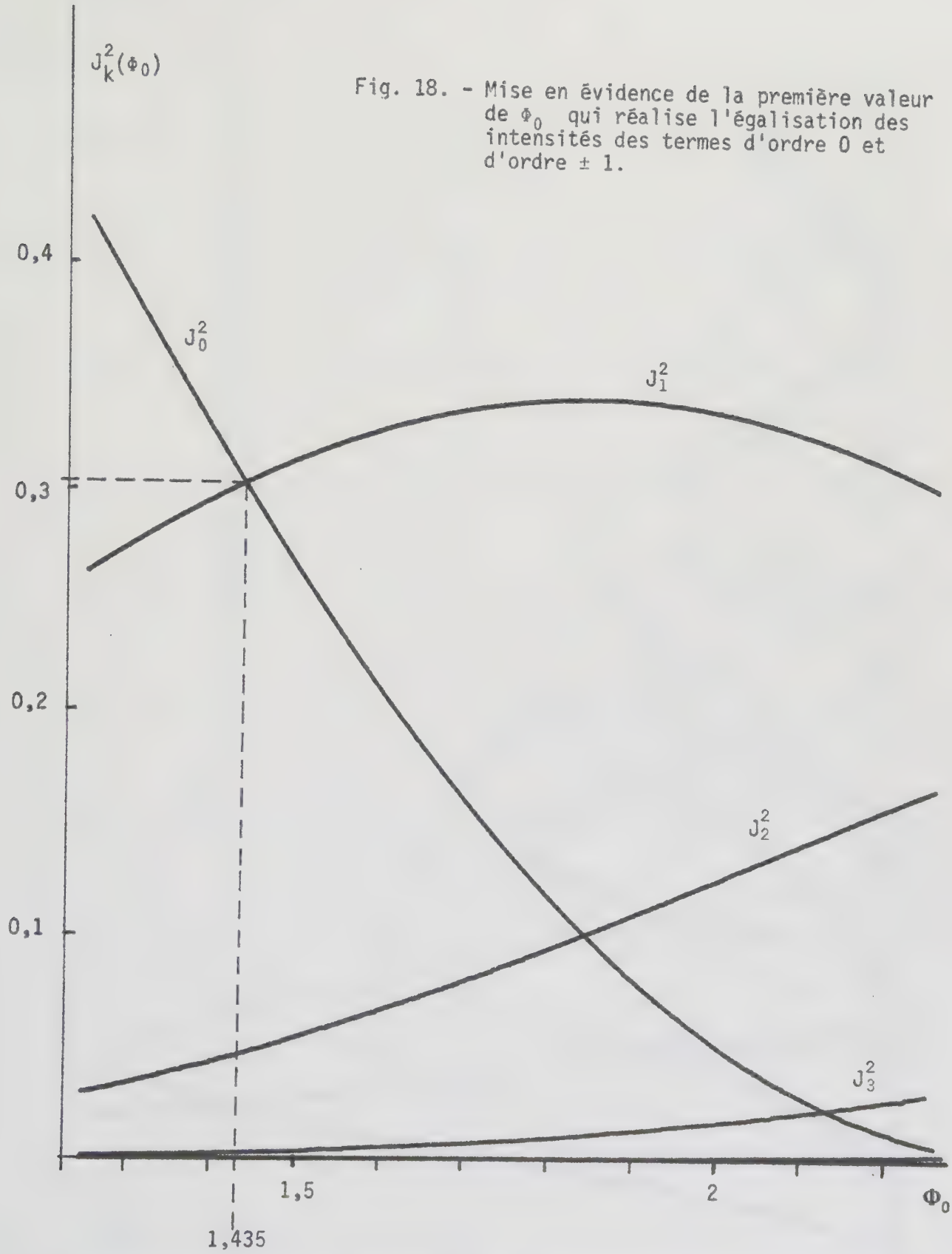


Fig. 18. - Mise en évidence de la première valeur de Φ_0 qui réalise l'égalisation des intensités des termes d'ordre 0 et d'ordre ± 1.

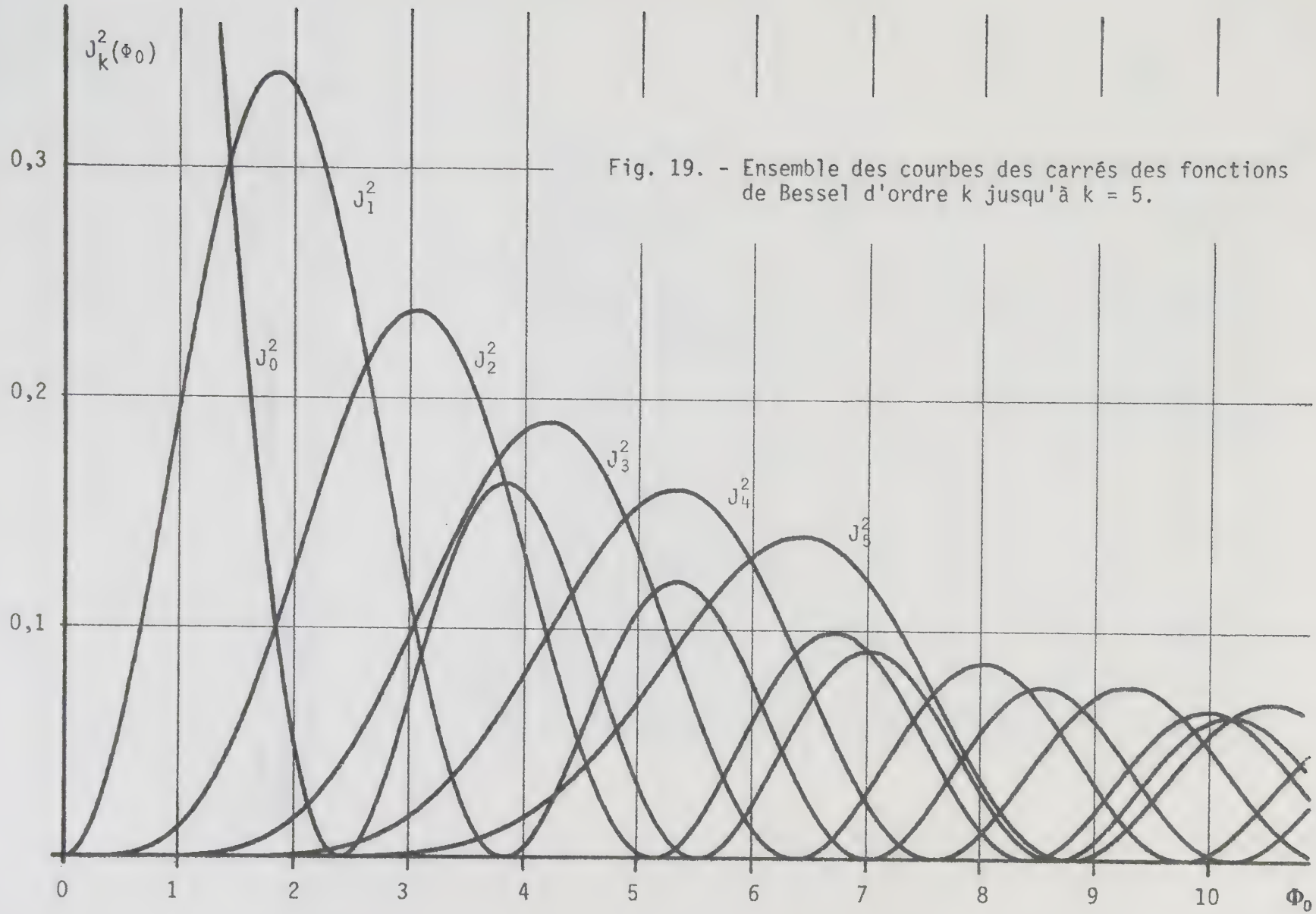


Fig. 19. - Ensemble des courbes des carrés des fonctions de Bessel d'ordre k jusqu'à k = 5.

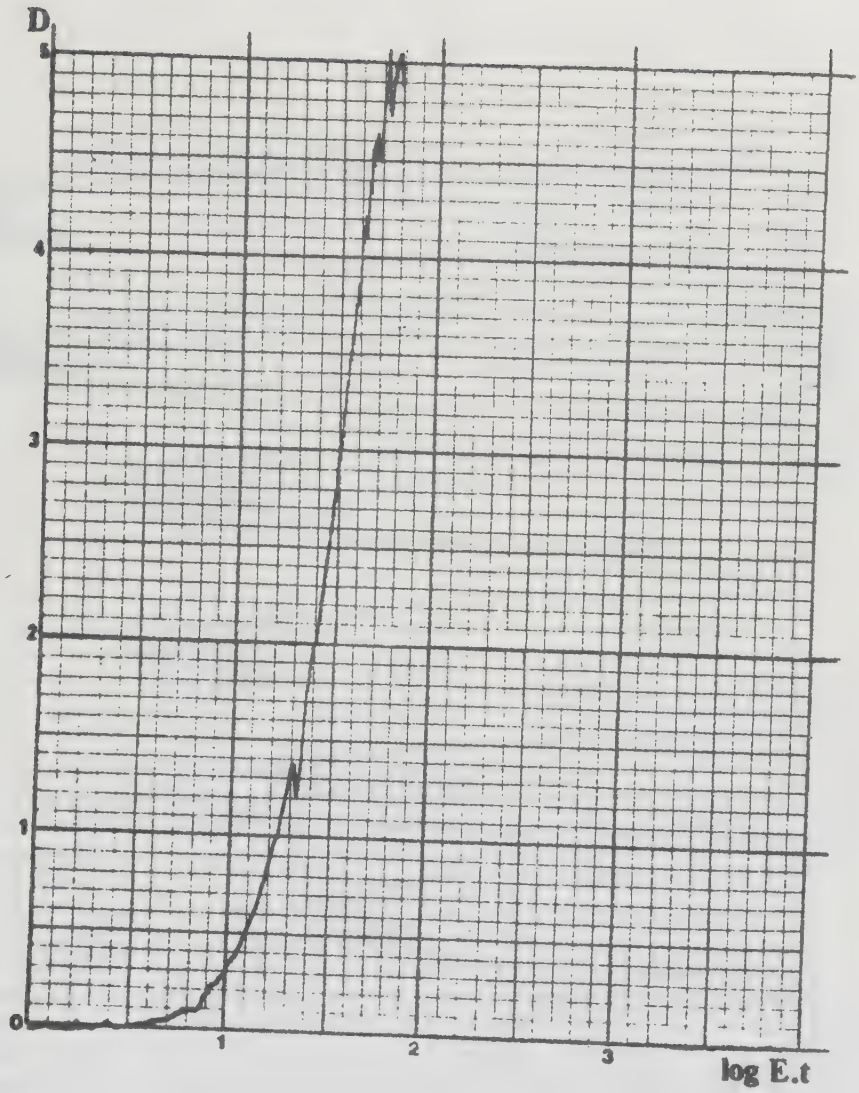


Fig. 21. - Courbe de la densité optique en fonction du logarithme de la lumination (courbe H & D), de l'émulsion Scientia 10 E 75 développée pendant 7 mn à 20° C dans du révélateur Kodak D19 ($\gamma \simeq 9$).

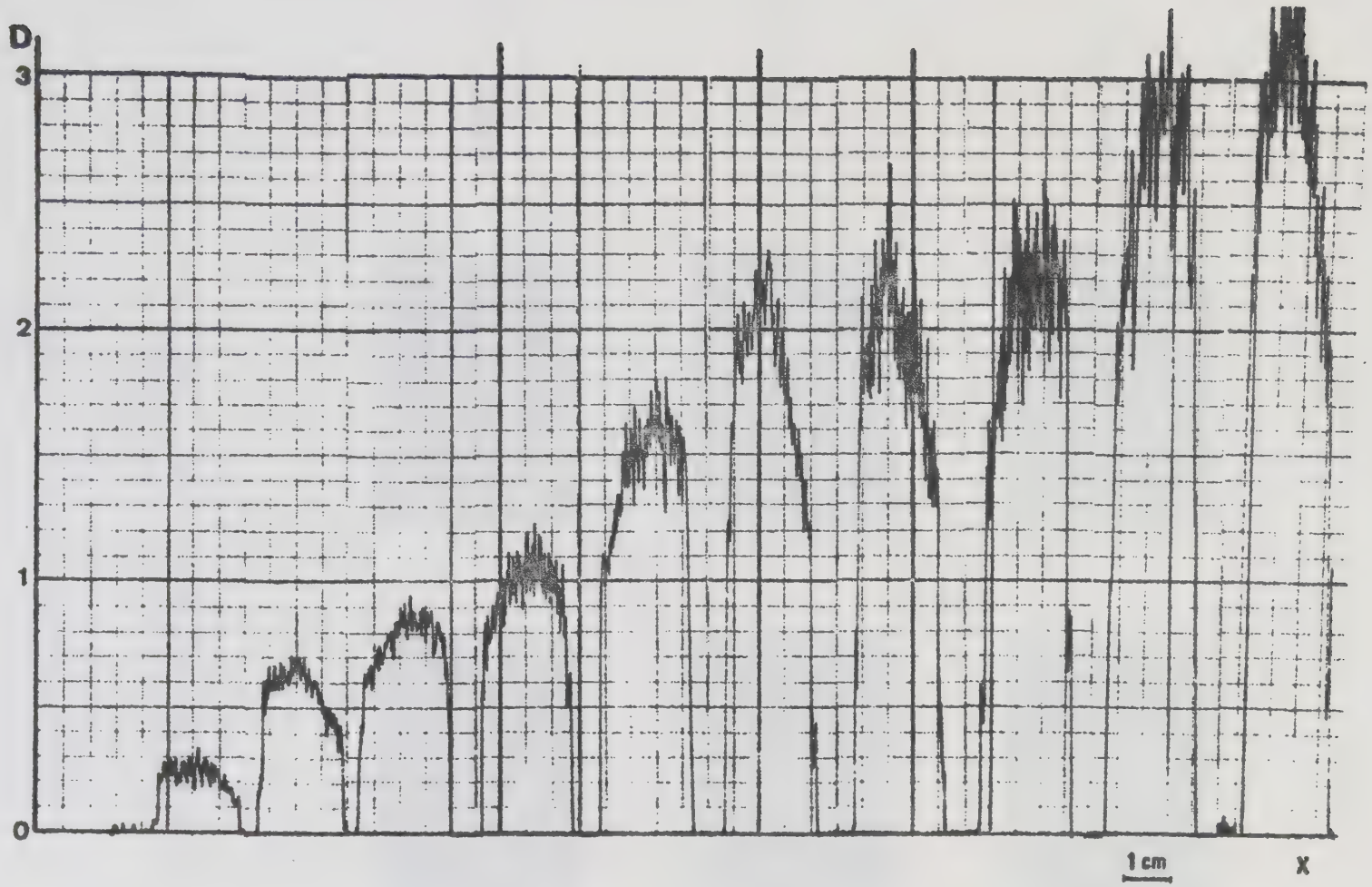


Fig. 22. - Coupes densitométriques de quelques réseaux holographiques avant blanchiment, pour des valeurs croissantes de la lumination.

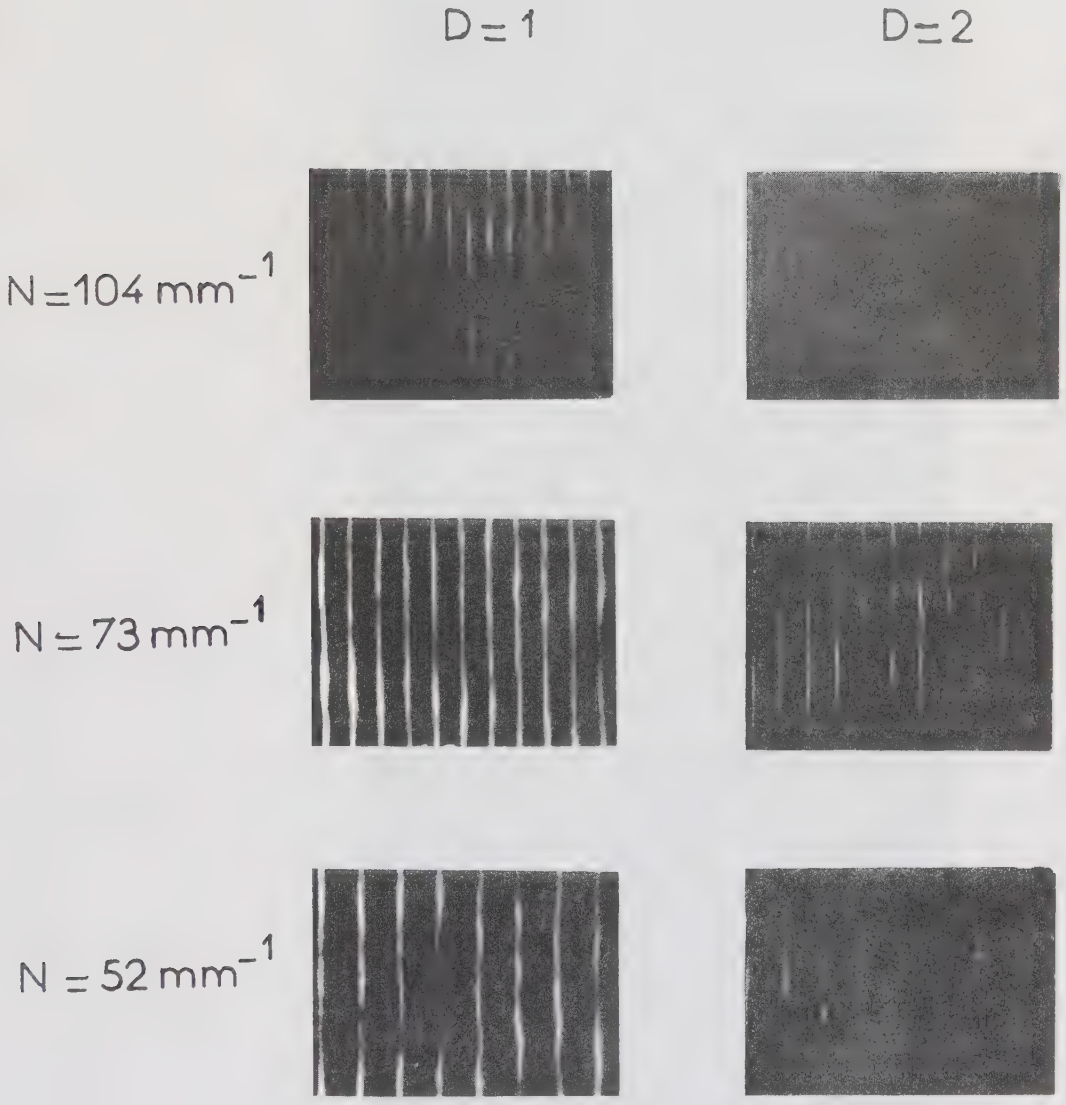


Fig. 23. - Microphotographies de réseaux holographiques avant blanchiment.

N = 104 mm^{-1}

D	2ΔD	Figure de diffraction	Φ_0
0,22	0,05		0,5
0,42	0,15		0,9
0,8	0,4		1,2
0,65	0,25		1,8
0,9	0,2		1,9
0,95	0,3		2
1,65	0,3		1,75
2,2	0,8		1,43
2,8	1,2		1,2
3,2	0,5		0,8

Fig. 24. - Tests de diffraction de réseaux holographiques de phase de fréquence N = 104 mm^{-1}.

$N = 73\ mm^{-1}$

D	Figure de diffraction	Φ_0
0,5		1,8
0,8		2,2
1		2
1,5		
1,8		
2		
2,2		
2,5		1,2
3		1,2
3,3		0,9

Fig. 25. - Tests de diffraction de réseaux holographiques de phase de fréquence N = 73 mm^{-1}.

$N = 52\ mm^{-1}$

D	Figure de diffraction	Φ_0
0,2		
0,5		
0,8		
1		
1,5		
1,8		
2		
2,2		
2,5		
3		

Fig. 26. - Tests de diffraction de réseaux holographiques de phase de fréquence $N = 52\ mm^{-1}$.

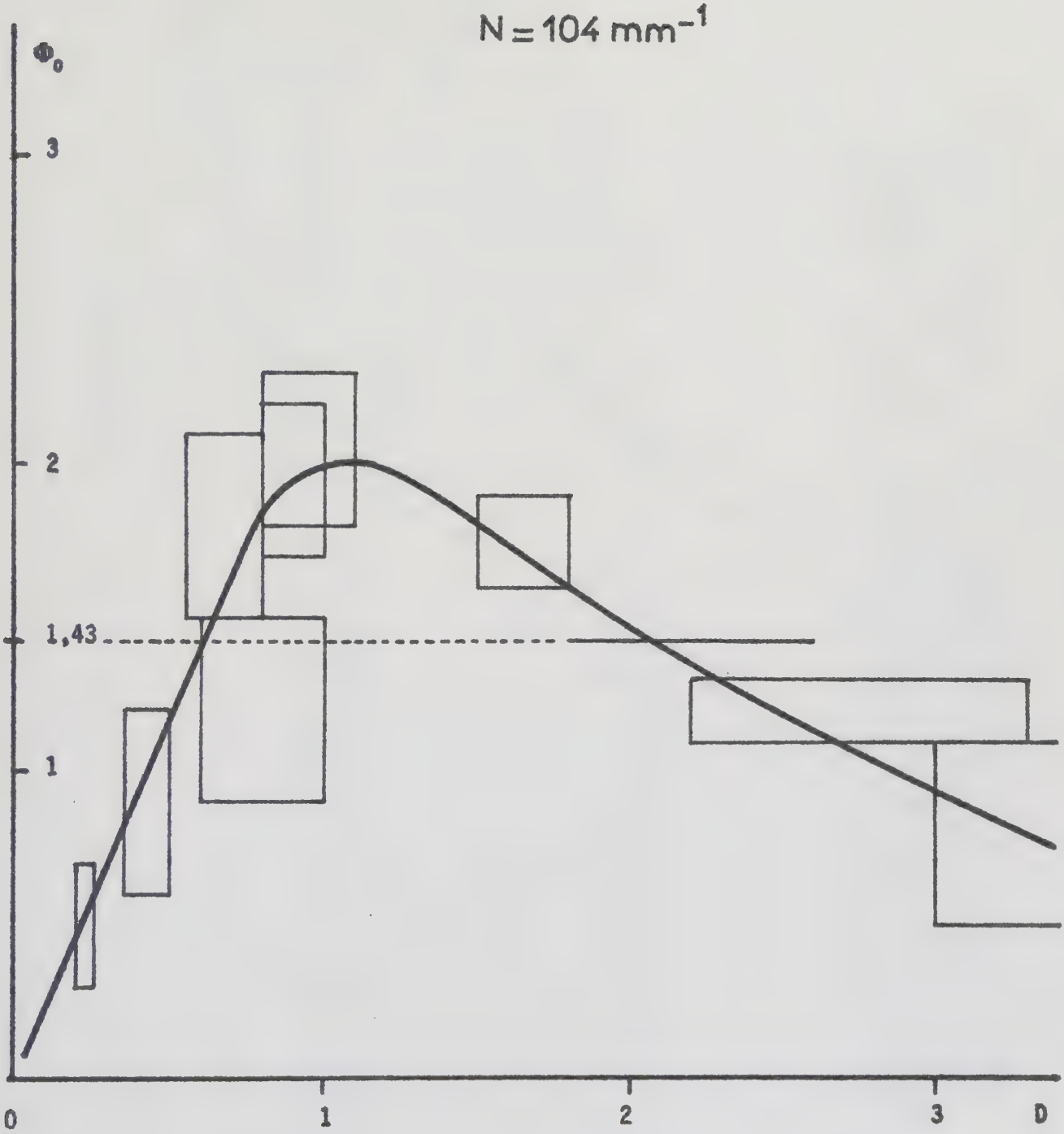


Fig. 27. - Variation de la demi-profondeur de modulation Φ_0 en fonction de la densité optique D avant blanchiment, Φ_0 étant évalué à partir des intensités relatives sur les photos fig. 24 en se référant aux courbes de Bessel fig. 19.

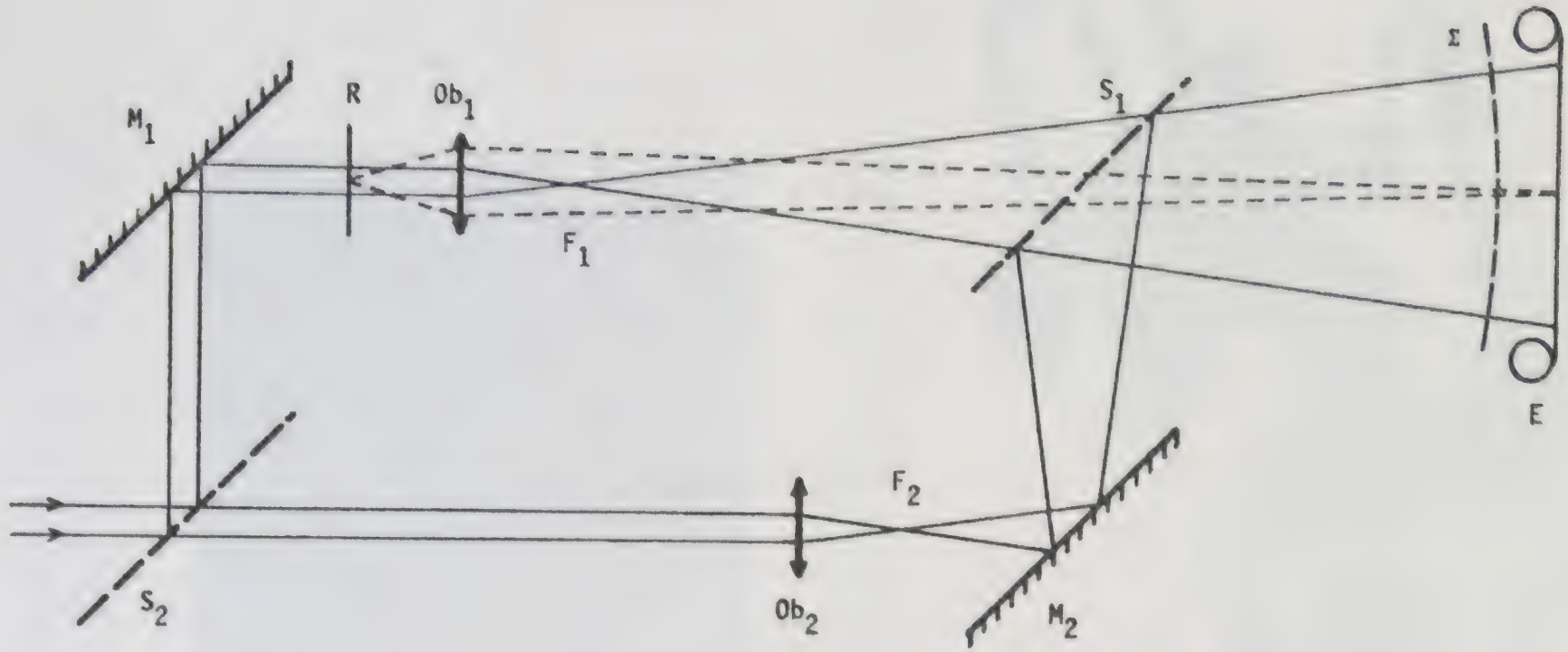


Fig. 28. - Schéma de l'interféromètre de Mach-Zehnder utilisé pour obtenir les profils des réseaux de phase, par interférence entre l'onde sphérique de référence Σ issue de F_2 et l'onde sphérique objet issue de F_1, déformée par la traversée du réseau R : dans le plan E, conjugué du plan R par l'objectif Ob_1, le système de franges d'interférences se trouve "ondulé", dessinant le profil géométrique de la surface d'onde émergente du réseau.

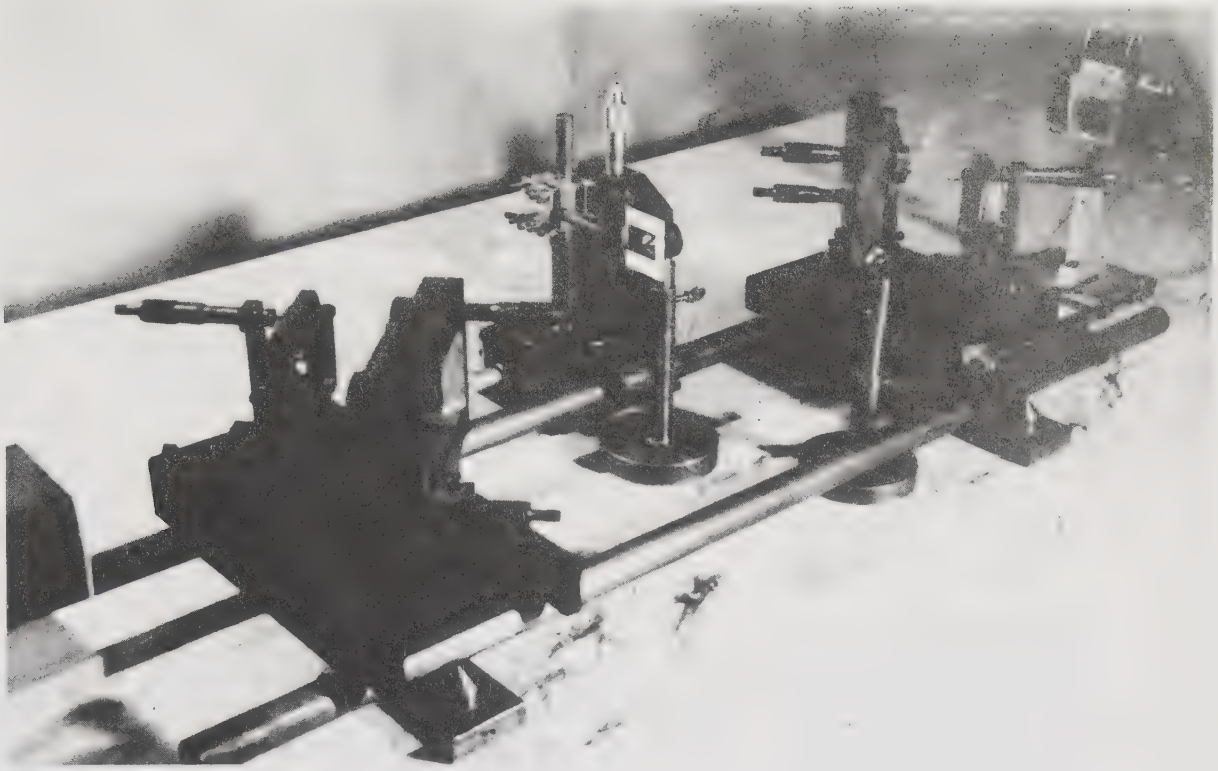


Fig. 29 a. - Photographie du montage correspondant au schéma de la figure 28 (interféromètre de Mach-Zehnder).

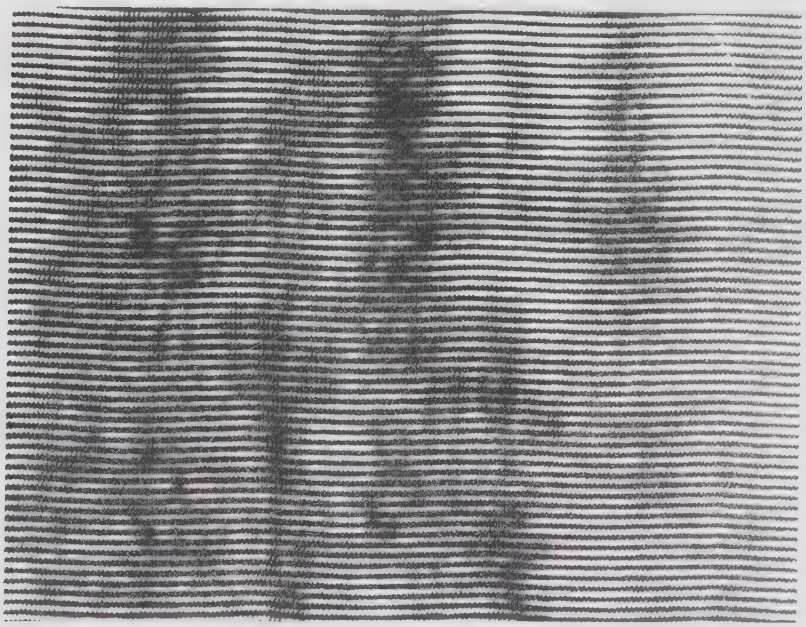


Fig. 29 b. - Système de franges d'interférences ondulées obtenu sur le montage précédent, après tentative d'ajustement de l'échelle d'ordonnées (interfrange) de manière à faire apparaître en proportion réelle le profil de la surface d'onde émergente.

N = 104 mm^{-1}

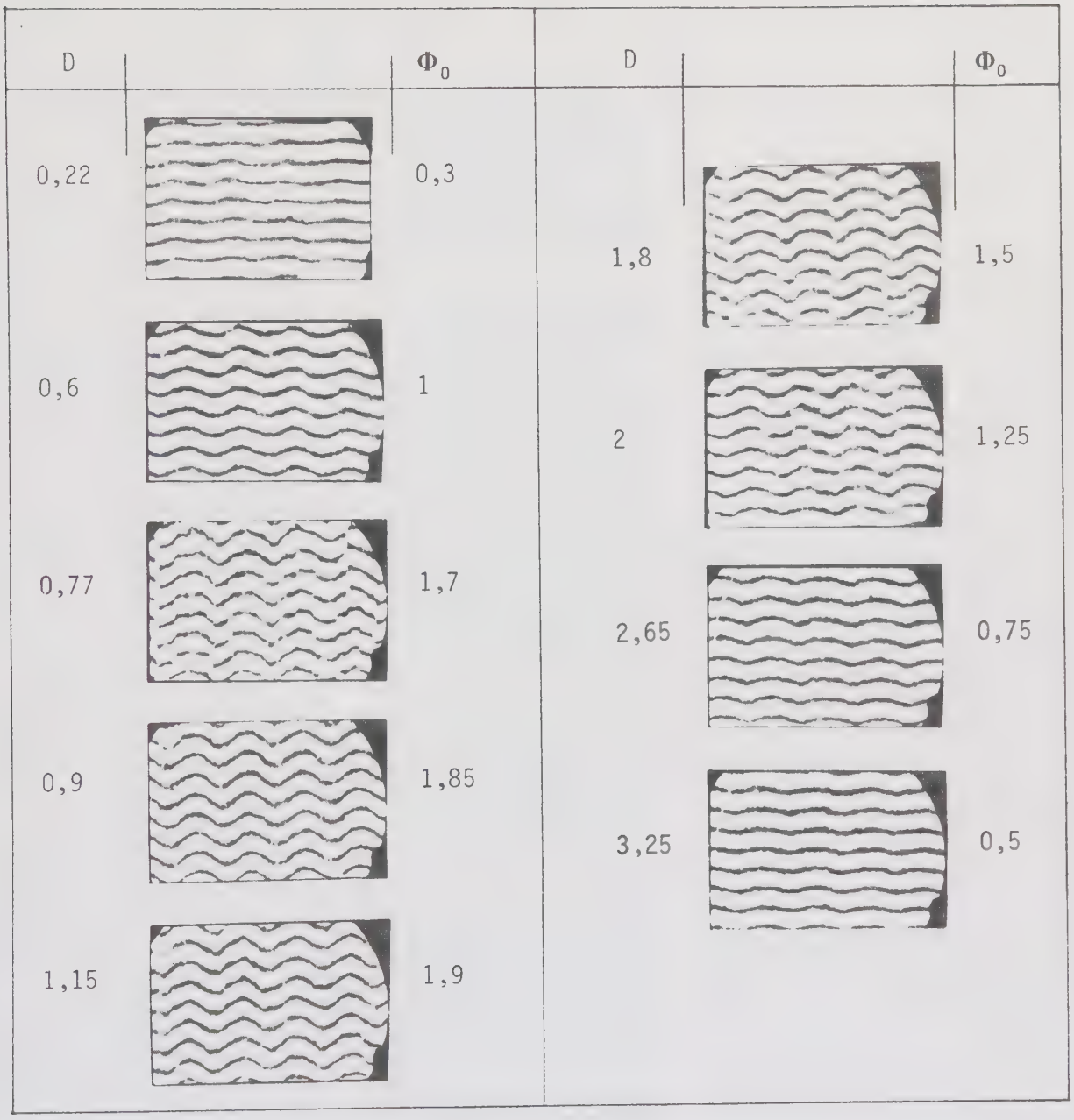


Fig. 30. - Profils (dilatés en ordonnée) concernant les réseaux de fréquence N = 104 mm^{-1}.

$N = 52\ mm^{-1}$

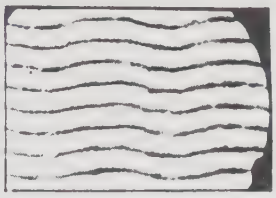
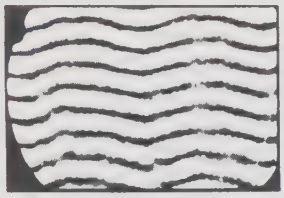
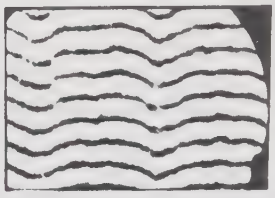
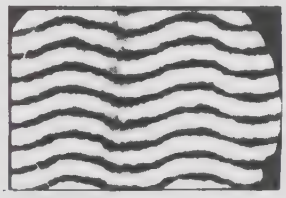
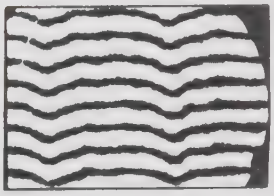
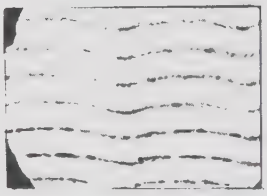
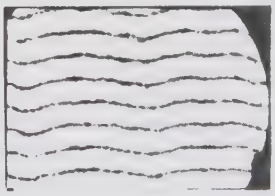
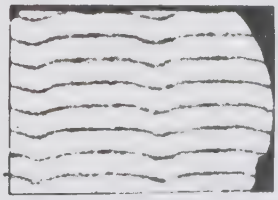
D		Φ_0	D		Φ_0
0,32		1	1,67		2
0,42		1,32	1,82		1,75
0,52		1,72	2,15		1,5
0,77		2,8	2,37		1,12
1,0		2,85	2,8		1
1,3		2,53	3,4		0,87

Fig. 32. - Profils (dilatés en ordonnée) concernant les réseaux de fréquence $N = 52\ mm^{-1}$.

$N = 73\ mm^{-1}$

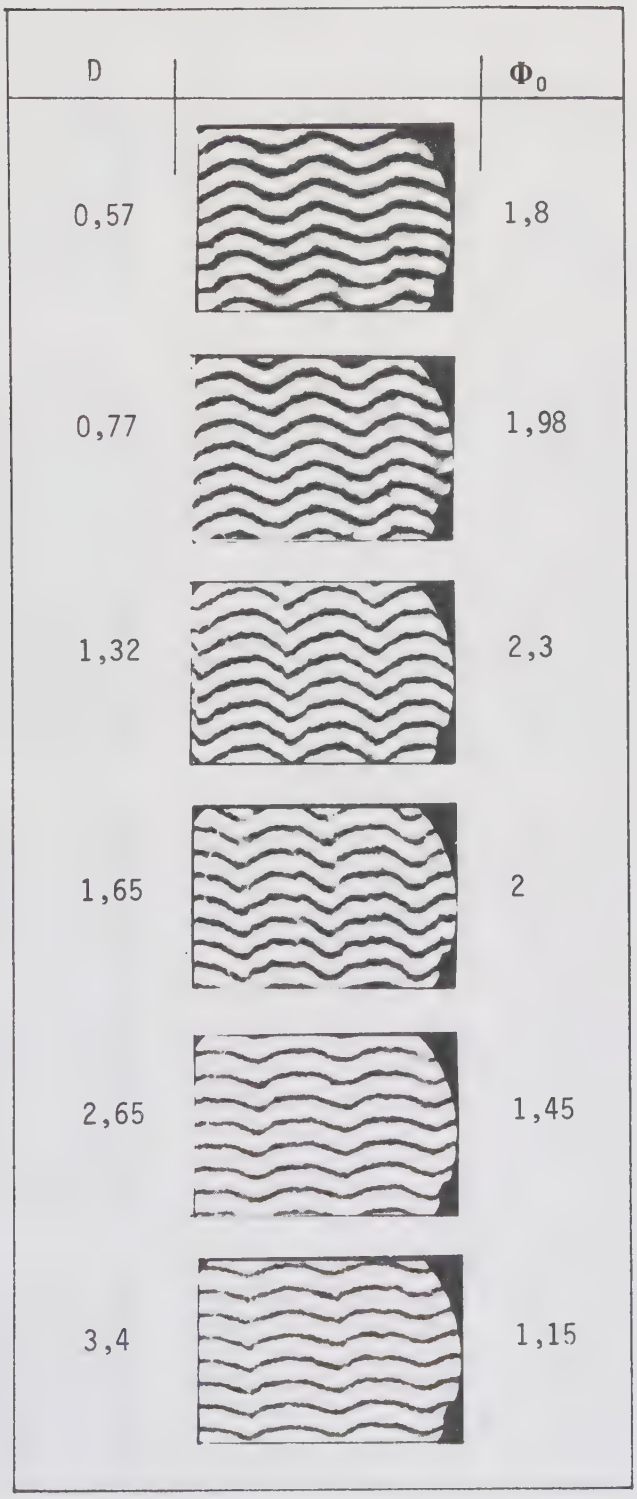


Fig. 31. - Profils (dilatés en ordonnée) concernant les réseaux de fréquence N = 73 mm^{-1}.

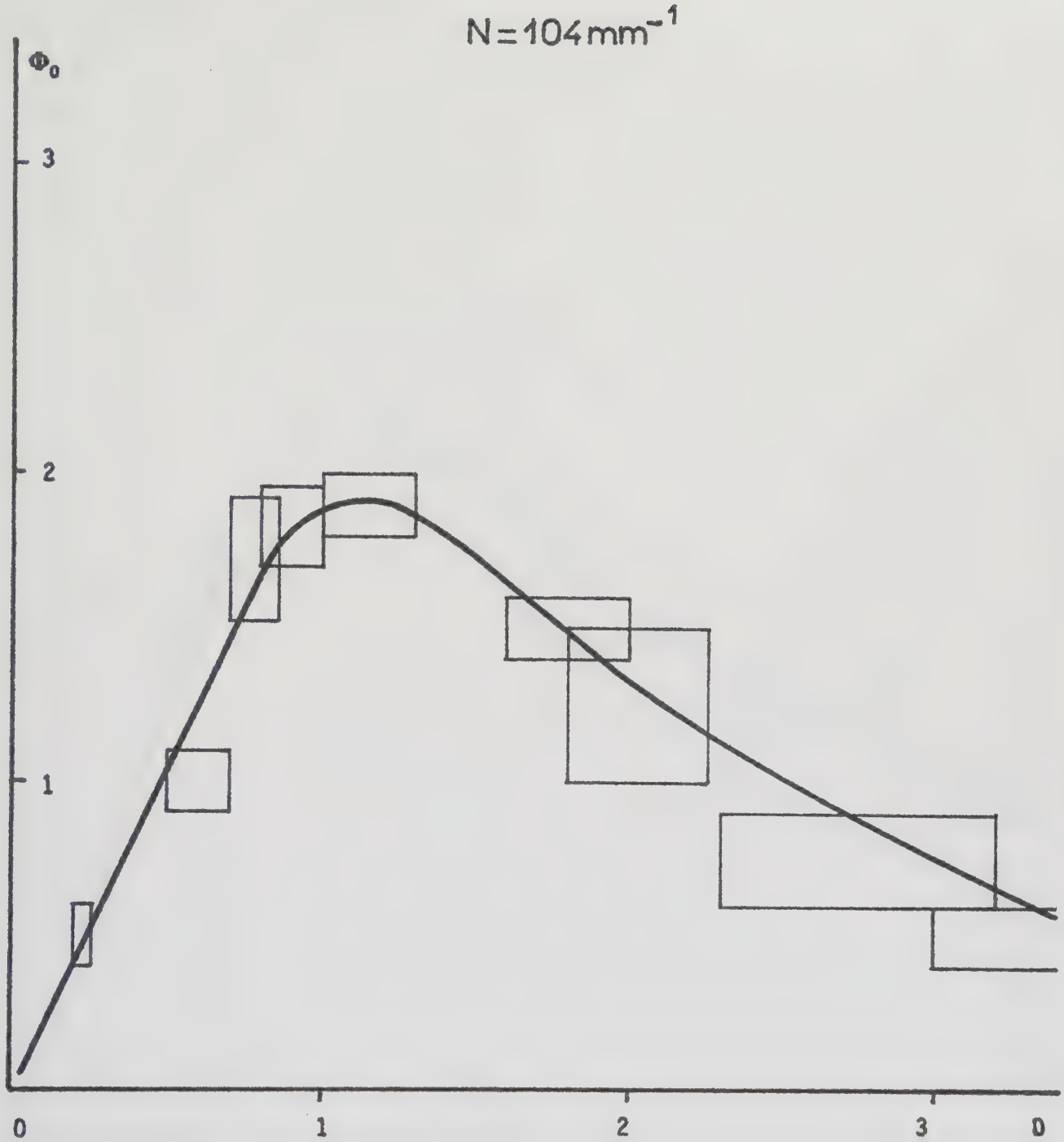


Fig. 33. - Variation de la demi-profondeur de modulation Φ_0 en fonction de la densité optique D avant blanchiment, Φ_0 étant déterminé à partir des profils de la fig. 30.

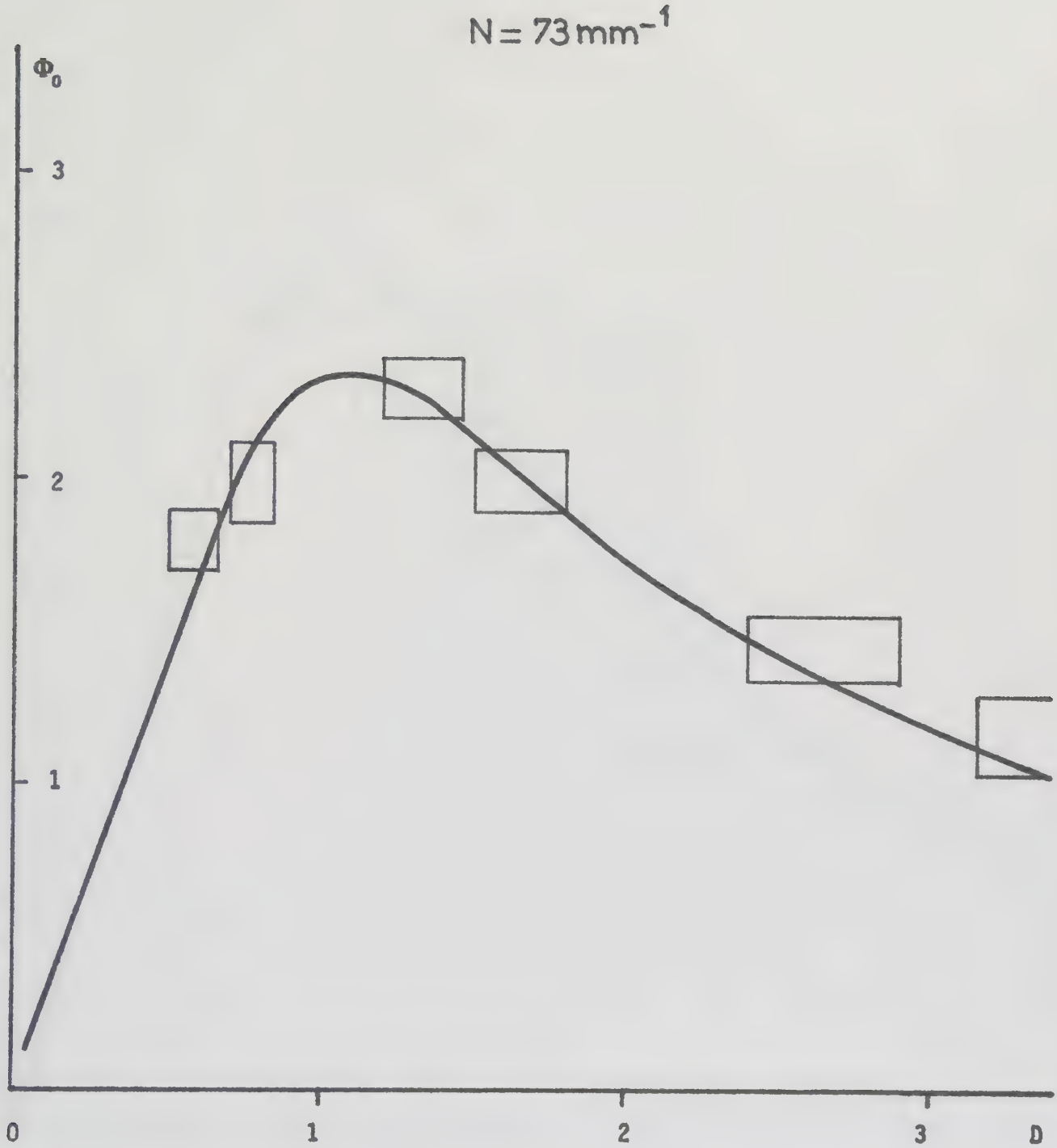


Fig. 34. - Variation de la demi-profondeur de modulation Φ_0 en fonction de la densité optique D avant blanchiment, Φ_0 étant déterminé à partir des profils de la fig. 31.

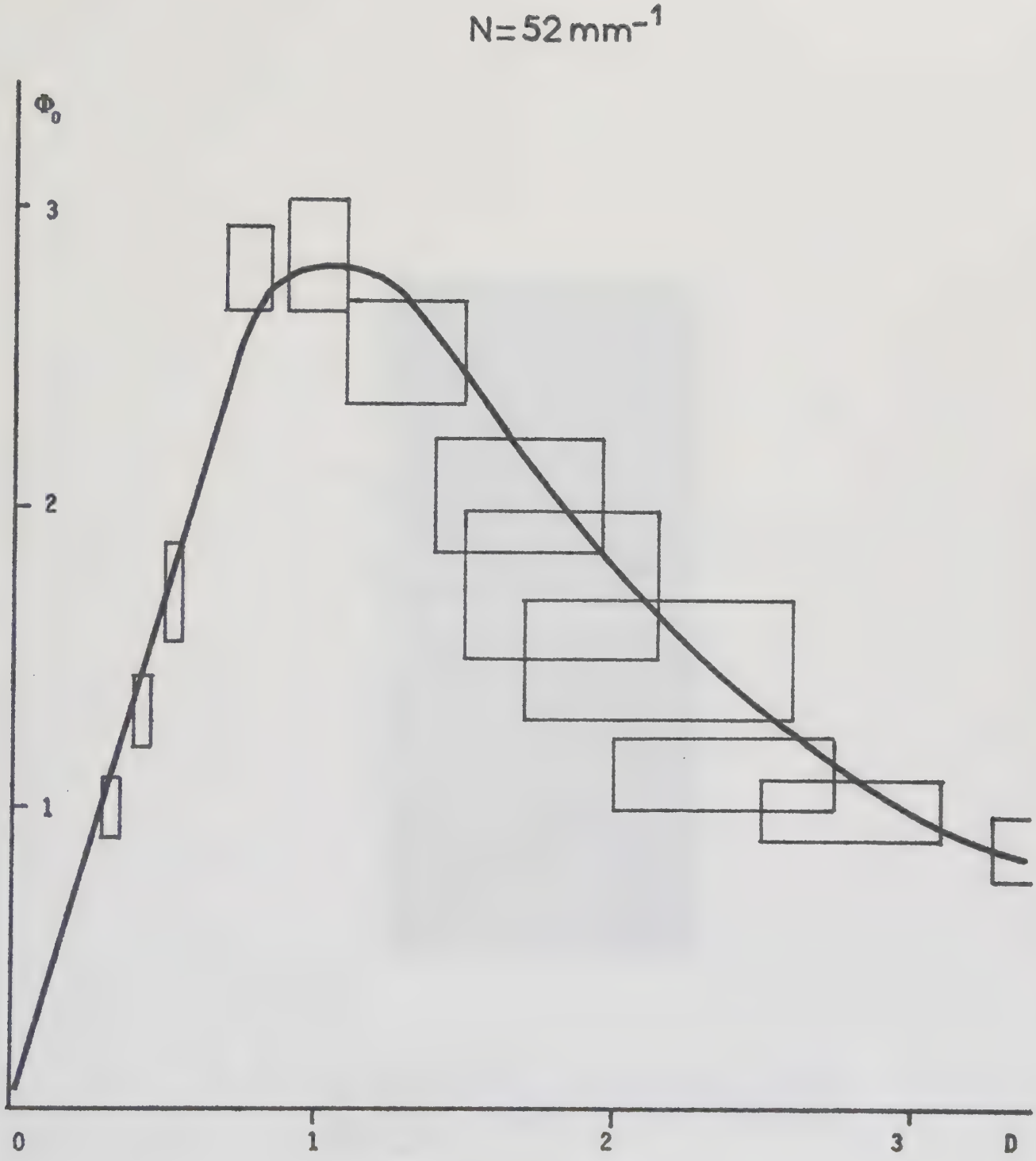


Fig. 35. - Variation de la demi-profondeur de modulation Φ_0 en fonction de la densité optique D avant blanchiment, Φ_0 étant déterminé à partir des profils de la fig. 32.

a.

b.

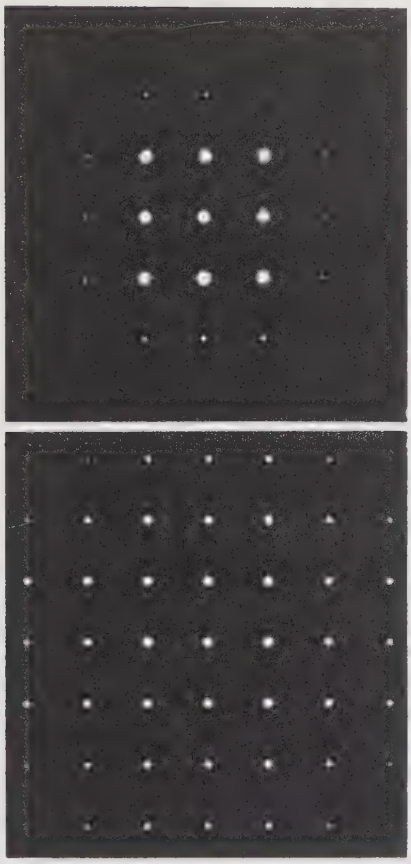


Fig. 36. - Obtention de matrices régulières d'images au moyen de réseaux holographiques unidimensionnels blanchis, croisés perpendiculairement :

a) 9 images d'intensités égales ;

b) 25 images d'intensités sensiblement égales.

CHAPITRE IV

METHODE SYNTHETIQUE DE CALCUL DE LA DIFFRACTION DES RESEAUX DE PHASE

Dans le chapitre précédent, nous avons observé la tendance pour un réseau holographique de phase de profil en arches à fournir non seulement 3 images mais encore 5 ou même 7 d'intensités assez voisines (quasi-égalisation des ordres 0, ±1, ±2, ±3), cette répartition ne se rencontrant jamais lorsque le profil est sinusoïdal.

Pour l'expliquer, il faudrait connaître l'ensemble des courbes $I_k(\Phi)$ associé au profil en arches considéré, ensemble analogue à celui des courbes $J^2_k(\Phi)$ rattaché au profil en sinusoïde.

Le présent chapitre décrit une méthode permettant de former de manière rapide une représentation synthétique d'un tel ensemble de courbes associé à n'importe quel profil. Cette méthode est appliquée aux profils en arches qui nous concernent.

IV.1. POSITION DU PROBLEME

Considérons une pupille unidimensionnelle de phase c'est-à-dire caractérisée par une transmittance en amplitude complexe $R(x)=a_o \exp\{-j\frac{2\pi}{\lambda}z(x)\}$ (fig. 37 a). Son spectre ou figure de diffraction à l'infini est la transformée de Fourier de R(x) soit,

$$H(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_o \exp\{-j \frac{2\pi}{\lambda}z(x)\} \exp\{-j \frac{2\pi}{\lambda} ux\} dx \qquad \text{(IV.1)}$$

Comme on peut le voir H(u) dépend de la longueur d'onde λ et son calcul est pénible si la fonction z(x) décrivant le profil de la surface d'onde émergente n'est pas simple (cf. chap. III. § III.1 pour le cas où la fonction z(x) représente une sinusoïde). On peut en principe tirer parti de cette intégration (IV.1) en travaillant sur le spectre de Fourier du profil z(x) :

chaque terme du développement en série de Fourier de la fonction z(x) décrit alors un réseau de phase sinusoïdal élémentaire dont la figure de diffraction à l'infini en rayonnement monochromatique cohérent admet une décomposition en somme de fonctions de Bessel. Mais on conçoit que l'on perd la relation analytique qui permet de prévoir rapidement l'effet sur le spectre d'une modification d'un paramètre du profil.

Pour contourner les difficultés du traitement analytique [13,14], nous remplacerons la description habituelle de l'onde émergente, en termes d'amplitude complexe, par une description géométrique réelle du profil de cette onde. Ce profil est une structure bidimensionnelle dans le système d'axes Ox, Oz : il admet une représentation à l'aide d'une fonction réelle de deux variables f(x,z). Les techniques de Fourier s'appliquent alors beaucoup plus aisément à la fonction *bidimensionnelle réelle* f(x,z) qu'à la fonction *unidimensionnelle complexe* $\exp\{-j \frac{2\pi}{\lambda} z(x)\}$. On utilise la propriétée suivante [15] :

Dans le plan {Ωu, Ωw} du spectre de Fourier S(u,w) de la fonction f(x,z), un observateur qui parcourt une trajectoire circulaire de rayon 1/λ centrée sur la fréquence zéro se déplace dans la figure de diffraction à l'infini de la structure $R(x) = a_o \exp\{-j \frac{2\pi}{\lambda} z(x)\}$ *pour la longueur d'onde λ.*

Cette trajectoire (C_λ), section de la sphère d'Ewald de rayon 1/λ par le plan {Ωu, Ωw}, obéit à l'équation

$$u^2 + w^2 = 1/\lambda^2,$$

où u et w désignent les variables réciproques des variables géométriques x et z sur les axes Ωu, Ωw parallèles aux axes Ox, Oz.

L'intersection des différents cercles $(C_{\lambda_1}),\ldots (C_{\lambda i})\ldots$ avec le spectre S(u,w) de la répartition f(x,z) révèle les différents aspects de la figure de diffraction du réseau de structure $R(x) = a_o \exp\{-j \frac{2\pi}{\lambda} z(x)\}$ aux longueurs d'onde $\lambda_1,\ldots,\lambda_i,\ldots$

Ainsi, considérant un réseau de phase unidimensionnel décrit par une fonction R(x), au lieu de réaliser le spectre à partir du réseau lui-même, nous simulons ce réseau par la représentation du profil de la surface d'onde émergente du réseau. Ce profil sera dessiné puis photographié pour donner une ligne ondulée transparente sur fond opaque. Cette ligne transparente que

nous désignerons par le terme de *réseau simulé*, constituera une pupille diffractante $f(x,z)$ qui, éclairée par un faisceau de longueur d'onde unique λ_0 quelconque, fournira un *spectre synthétique* $S(u,w)$.

Les directions de diffraction et la distribution des intensités relatives des divers ordres diffractés par le réseau réel lorsqu'il est éclairé en longueur d'onde λ seront connues avec précision si l'on se déplace dans le spectre synthétique suivant le cercle (C_λ) de rayon $1/\lambda$ centré sur la fréquence zéro. Cette méthode conduit donc directement à $H(u) = T.F.|R(x)|$ pour une longueur d'onde donnée.

<u>Remarque</u> : la longueur d'onde λ peut être égale ou très différente de la longueur d'onde λ_0 utilisée pour former le spectre synthétique.

IV.2. REALISATION PRATIQUE DES PROFILS DE RESEAUX SIMULES

La méthode pratique consiste donc à dessiner effectivement en noir sur blanc, à grande échelle, puis à photographier sur émulsion à grand contraste, le profil de la surface d'onde émergente du réseau de phase, ou encore une ligne ondulée Σ_e, telle que celle schématisée sur la figure 37b) où Σ_i représente le profil de l'onde incidente plane.

Si l'indice ν du matériau constituant le réseau est constant, Σ_e reproduit, au facteur $(1 - \nu)$ près, le profil géométrique $Z(x) \otimes \Pi_p(x)$ d'une coupe transversale dans l'épaisseur du réseau réel ($Z(x)$ représente le profil d'un élément du réseau couvrant une période p ; $\Pi_p(x)$ indique la répétition de pas p de ce motif).

En effet on peut décrire le profil du réseau par

$$z(x) = z_o(x) \otimes \Pi_p(x) \quad \text{avec } z_o(x) = (1 - \nu)\, Z(x).$$

Si ν est fonction de x, $z_o(x)$ peut au contraire nettement différer de $Z(x)$. Mais la connaissance de $Z(x)$ n'intervient pas dans notre étude puisque le profil $z_o(x)$ est connu directement au moyen d'un interféromètre de Mach-Zehnder.

Ces profils $z_o(x)$ réels pourraient être directement extraits des interférogrammes tels que ceux présentés sur les figures 30 à 32 (cf. chap. III) à condition d'avoir réglé l'interfrange ($\lambda = 0{,}63$ µm) à l'échelle correspondante

du pas (par exemple p = 10 µm). Une arche $z_o(x)$ de forme particulière quelconque suffisamment agrandie, serait représentée par un ensemble de points de coordonnées repérées avec précision et cette forme serait introduite dans une calculatrice et répétée sur la table traçante par un programme convenable.

En fait nous avons adopté une approche simplifiée du problème en considérant des fonctions analytiques représentant des formes d'arches susceptibles de traduire celles que nous avons rencontrées : arc de cercle, cycloïde aplatie, demi-ellipse ; nous avons également tracé des fonctions dont la diffraction est connue : échelette simple, échelette double (profil en triangle), sinusoïde.

Pour tous les profils on a adopté le même pas, 20 mm, et la même profondeur de modulation, 2 mm, en formant une vingtaine de périodes. L'épaisseur du trait est de 0,6 mm.

Les échelettes, simple et double, succession de segments de droites, ont pu être dessinées à la main. Les autres courbes ont été programmées et dessinées sur la table traçante d'une calculatrice Hewlett Packard en représentant les fonctions suivantes :

- sinusoïde : $z(x) = \sin x$
- arc de cercle : $z(x) = \sum_{n=0}^{n} \sqrt{R^2-(x-pn)^2} - R$ avec

p = 20 mm, R = 26 mm (rayon de courbure).

- cycloïde : $\left.\begin{array}{l} x = \beta - \sin\beta \\ z = 1 - \cos\beta \end{array}\right\}$ en agissant convenablement sur le rapport des échelles de coordonnées pour réaliser le pas de 20 mm et la profondeur de 2 mm.
- demi-ellipse : $z(x) = \sum_{n=1}^{n} \sqrt{1 - (x-10n)^2/25}$

Ces profils dessinés sont ensuite photographiés (sur format standard 24 mm x 36 mm), avec une réduction de 1/20 sur film à grand contraste : Graphic film Gevalith ortho 081, révélé dans un volume de G8P dose A et un volume égal de G8P dose B, puis fixé dans du G 320 P. On obtient la pupille diffractante f(x,z) ou réseau simulé R.

IV.3. DIFFRACTION DES RESEAUX SIMULES

La diffraction des réseaux simulés s'effectue dans un montage de diffraction habituel (fig. 37c). S est une source ponctuelle monochromatique fournissant la radiation de longueur d'onde λ_0 , L est une lentille qui donne

de S une image ponctuelle S' dans le plan E. Lorsque R, le réseau simulé, est placé au voisinage de L, on observe en E sa figure de diffraction, c'est-à-dire son spectre synthétique. On peut enregistrer celui-ci en plaçant dans le plan E soit un film (on obtient ensuite par tirage sur papier une image positive agrandie à volonté (fig. 43)), soit directement sur papier photo (image négative cf. fig. 38 à 41) à condition que λ_0 se trouve dans la zone de sensibilité du papier photo, ce qui est le cas pour la raie bleue (4880 Å) du laser à argon.

Ce spectre synthétique S(u,w) est la figure de diffraction $\sigma(u,w)$ du motif élémentaire $\phi(x,z)$ couvrant une période du profil f(x,z), *tramée* par un ensemble de lignes parallèles équidistantes, d'écartement d proportionnel à 1/p (soit $d = \frac{K}{p}$) ; cette trame étant la figure réciproque du peigne constitué par la répétition, de pas p, du motif élémentaire de f(x,z).

La figure 38 illustre ces résultats dans le cas d'un réseau échelette : en a) on résume les transformations de f(x,z) en S(u,w) ; en b) on présente à gauche la photographie de la pupille diffractante f(x,z) et à droite celle du spectre synthétique S(u,w) effectivement obtenu.

La longueur d'onde λ doit être reportée sur f(x,z) à l'échelle correspondante du pas effectif du réseau simulé. Connaissant les mesures relatives de p, λ et 1/p, on déduit $1/\lambda$. L'intersection avec les lignes de la trame, du cercle (C_λ) de rayon $1/\lambda$ centré sur Ω, fournit les directions de diffraction Θ du réseau réel éclairé avec la longueur d'onde λ. En effet on a sur la figure :

$$\sin \Theta_k = \frac{k\ 1/p}{1/\lambda} = \frac{k\lambda}{p},$$

formule classique bien connue des réseaux de diffraction. De plus on trouve sur ce cercle toutes les intensités relatives des différents ordres diffractés par le réseau réel, ce qui est le but essentiel de notre recherche.

Les résultats expérimentaux effectifs concernant les profils étudiés sont présentés respectivement sur les figures 39a, 39b, 40a, 40b et 41. Chaque planche montre les photographies du profil envisagé et de son spectre synthétique.

Sur les figures 38 et 39a, on reconnaît les résultats classiques du réseau échelette : accumulation de lumière suivant la direction normale aux facettes : direction de blaze ; mais en 39a (profil en triangle) ce blaze se produit suivant deux directions symétriques.

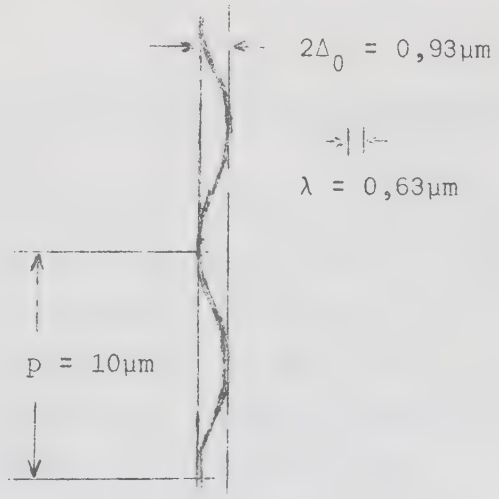
IV.4. EXPLOITATION DU SPECTRE SYNTHETIQUE

IV.4.1. On connaît la profondeur de modulation et la longueur d'onde.

Sur la figure 39b) qui illustre le cas de la sinusoïde, on retrouve les courbes des fonctions de Bessel en parcourant, dans la direction Ωw, chaque ligne de la trame (figurant chaque ordre). Une exploration microdensitométrique reproduirait qualitativement les courbes de la figure 19 (cf. chap. III). La figure 42a confirme cette hypothèse. Revenant à la figure 39b) on peut observer qu'il existe encore deux directions privilégiées d'accumulation de lumière, normales aux points d'inflexion de la sinusoïde. On constate surtout des alternances de maximums et de minimums nuls.

Dans ce cas, précisément, on a fait diffracter la photographie d'un profil sinusoïdal qui avait été dessiné à la Hewlett-Packard, en prévoyant une période de 20 mm et une hauteur de relief de 2 mm. Compte tenu de l'épaisseur du trait et d'imperfections de pointé de la table traçante, la profondeur de l'ondulation est en réalité 1,86 mm, pour un pas de 20 mm effectif.

Si l'on fait correspondre à ce pas de 20 mm la période de 10 µm du réseau, la profondeur de 1,86 mm correspond à une profondeur de la surface d'onde de $2\Delta_0 = 0{,}93$ µm car $\frac{1{,}86}{20} = \frac{0{,}93 \text{ µm}}{10 \text{ µm}}$



A cette échelle on porte sur la figure la valeur de la longueur d'onde de diffraction considérée $\lambda = 0{,}63$ µm. Désignons par r le rayon du cercle (C_λ) à tracer, proportionnel à $1/\lambda$; nous pouvons déterminer le rapport

$$\frac{r}{d} = \frac{K\ 1/\lambda}{K\ 1/p} = \frac{p}{\lambda} = \frac{10 \text{ µm}}{0{,}63 \text{ µm}} = 15{,}8$$

En mesurant d sur la photo du spectre synthétique (fig. 43) on trouve d = 6,07 mm ; on en déduit la mesure de r = 6,07 x 15,8 = 9,6 cm.

Pour connaître la figure de diffraction du réseau réel à la longueur d'onde $\lambda = 0{,}63$ µm, il suffit de se déplacer dans le spectre synthétique (fig. 43) le long du cercle C_λ de rayon r = 9,6 cm, centré sur Ω.

On peut voir que la répartition d'intensité est telle que :

$$I_2 \simeq I_5 < I_1 < I_0 < I_4 < I_3.$$

La hauteur de relief ($2\Delta_0$ = 0,93 µm pour la radiation λ = 0,63 µm) correspond au déphasage $\Phi_0 = \frac{2\pi\Delta_0}{\lambda}$ = 4,63 radians, et l'on peut lire sur la figure 19 (chap. III) $J_2^2 < J_5^2 < J_1^2 < J_0^2 < J_4^2 < J_3^2$.

On constate que les deux résultats sont identiques, aux incertitudes près (dues à l'évaluation des intensités sur une photographie).

IV.4.2. La longueur d'onde (λ) est constante, la hauteur de relief ($2\Delta_0$) varie

Partons de la figure 19 (chap. III) et prenons la valeur Φ_0= 1,435 radians qui réalise l'égalisation des termes d'ordres 0 et ± 1. Elle correspond à une hauteur de relief $2\Delta_0$ = 0,289µm. On retrouve la même distribution d'intensité ($I_0 = \pm I_1$) en parcourant sur la figure 43 le cercle C_o de rayon $r_o = \frac{9,6 \times 0,289}{0,93} = 3,08$cm Donc, en faisant varier r, c'est-à-dire $2\Delta_0$, on rencontre toutes les distributions d'intensité correspondant aux modifications de la hauteur du relief pour une même longueur d'onde λ.

IV.4.3. La hauteur de relief ($2\Delta_0$) est constante, la longueur d'onde (λ) varie.

En changeant la longueur d'onde, la conséquence immédiate est également une modification du déphasage puisque $\Phi_0 = \frac{2\pi\Delta_0}{\lambda}$. Par cette méthode de simulation de réseau, on peut prévoir rapidement quel sera l'aspect de la figure de diffraction pour la nouvelle radiation λ'. Par exemple en parcourant le cercle $C_{\lambda b}$ (fig. 43) on trouve la figure de diffraction à l'infini du même réseau sinusoïdal de phase de profondeur de relief $2\Delta_0$ = 0,93 µm, de pas p = 10 µm, lorsqu'il sera éclairé par la radiation bleue d'un laser à argon $\lambda' = \lambda_b$ = 0,488µm, soit $r' = r \times \frac{\lambda}{\lambda'} = 9,6 \times \frac{0,63}{0,488} = 12,6$ cm

En résumé le spectre S(u,w) d'un profil f(x,z) sinusoïdal reproduit directement tous les renseignements que pouvaient donner les courbes des fonctions

de Bessel (fig. 19) et remplace totalement ce réseau de courbes. Puisque le spectre synthétique fournit directement les courbes $D_1(\Phi_0),\ldots D_k(\Phi_0)$, (fig. 42a) analogues aux courbes $J_1^2(\Phi_0),\ldots, J^2_k(\Phi_0)$, il évite les calculs nécessaires à leur établissement.

On conçoit alors son intérêt dans le cas de profils non sinusoïdaux.

IV.5. PROFILS EN ARCHES

Alors que les figures 38 et 39 permettent de retrouver des résultats connus, il n'en est plus de même avec les figures 40 et 41, qui illustrent précisément des cas de profils en arches rencontrés au chapitre III. Les trois arches choisies (arc de cercle, cycloïde, demi-ellipse) présentent de l'une à l'autre une évolution de forme telle que le rayon de courbure, constant pour l'arc de cercle, se différencie entre le sommet et le pied de l'arche pour la cycloïde,et cette différence s'accentue pour la demi-ellipse.

On constate une évolution sensible entre les spectres synthétiques de ces profils.

Dans le spectre synthétique du profil en arc de cercle (fig. 40a) les minimums suivant une ligne de la trame ne sont plus nuls comme dans le cas d'une sinusoïde. On a tracé aussi les courbes densitométriques donnant $D(\Phi)$, comme celles de la figure 42a). Elles sont présentées sur la figure 42b) et montrent que l'on peut trouver une valeur de $\Phi(\Phi \simeq 4)$ pour laquelle les intensités de plusieurs termes sont voisines.

Dans le spectre synthétique du profil en cycloïde (fig. 40b) il n'apparaît presque plus de variations d'intensité le long d'une ligne de la trame, et pratiquement plus du tout dans celui du profil en demi-ellipse dans lequel les ordres centraux semblent cependant plus intenses. Dans ces deux derniers cas donc une variation le long de l'axe Ωw, c'est-à-dire une variation de la phase (avec $1/\lambda$ ou avec Δ_0) ne change guère la répartition des intensités des différents ordres. Ces intensités restent voisines pour les ordres 0, ± 1, ± 2 et parfois ±3. On s'explique donc aisément les résultats du chapître précédent.

Il semble que ce soit le profil en cycloïde qui réalise le mieux la condition désirée pour la multiplication d'images : intensité répartie le plus équitablement possible dans plusieurs ordres.

CONCLUSION

La méthode de simulation de réseau de phase est rapide et permet de prévoir immédiatement l'effet sur le spectre d'un réseau de profil quelconque, d'une modification d'un paramètre (λ ou Δ_0).

Elle permet ainsi d'interpréter et de comprendre les phénomènes obtenus expérimentalement avec les profils en arches, et de décider le profil le plus avantageux.

Il est évident que la réalisation effective d'un profil désiré pour un réseau réel n'est pas forcément facile. On peut considérer que c'est un avantage que le simple blanchiment de réseaux holographiques produise souvent et de préférence aux profils sinusoïdaux, des profils en arches justement souhaitables pour la multiplication d'images.

Dans notre exposé nous avons restreint l'application de la méthode à quelques réseaux de phase qui concernent notre recherche. Nous pensons qu'elle peut s'étendre à un domaine plus vaste (réseau d'amplitude et de phase, réseau éclairé en incidence oblique, calcul de la réponse impulsionnelle spatio-temporelle d'une pupille diffractante,...). Des travaux sont en cours à cet effet au Laboratoire de Physique Générale et Optique de Besançon.

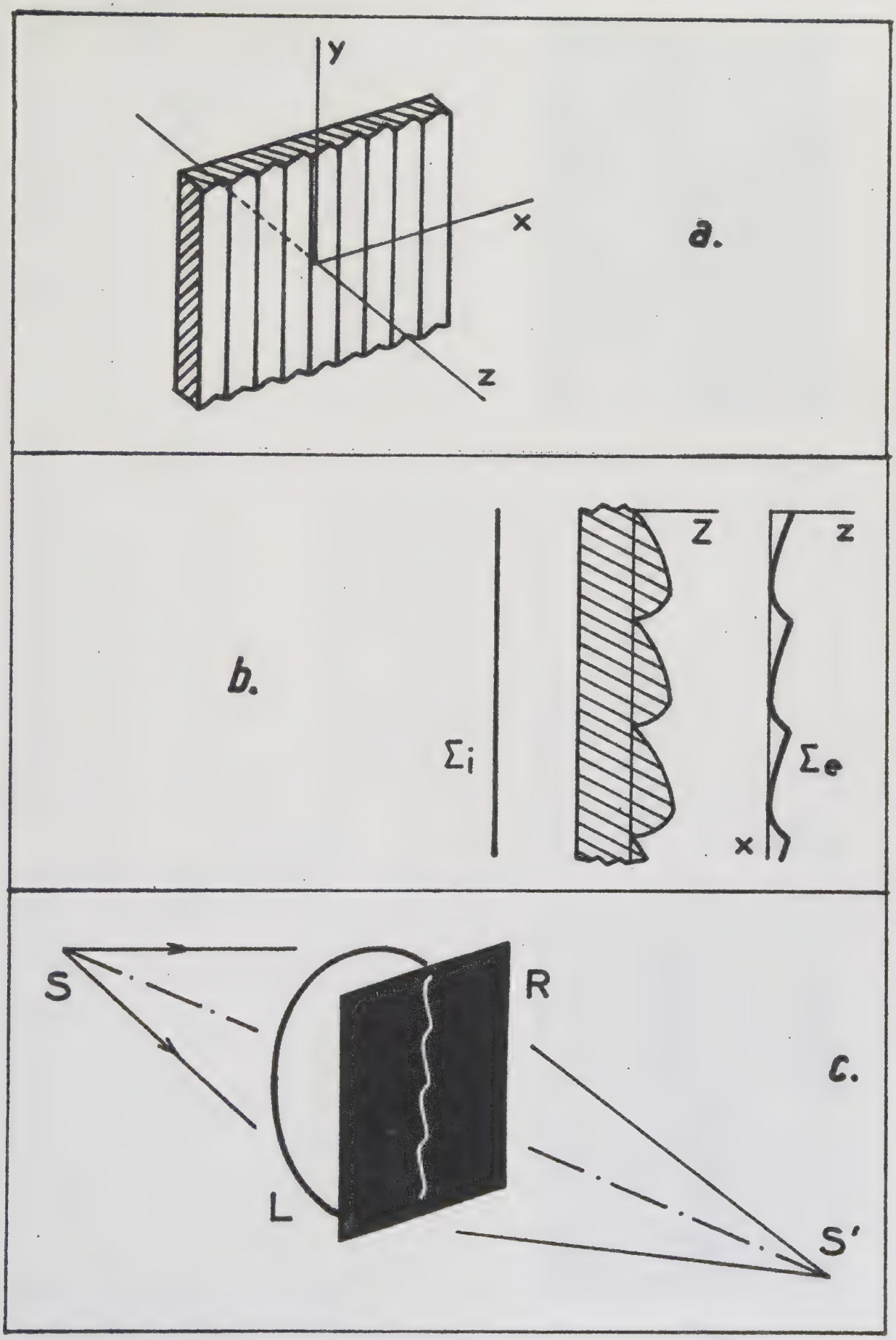


Fig. 37.

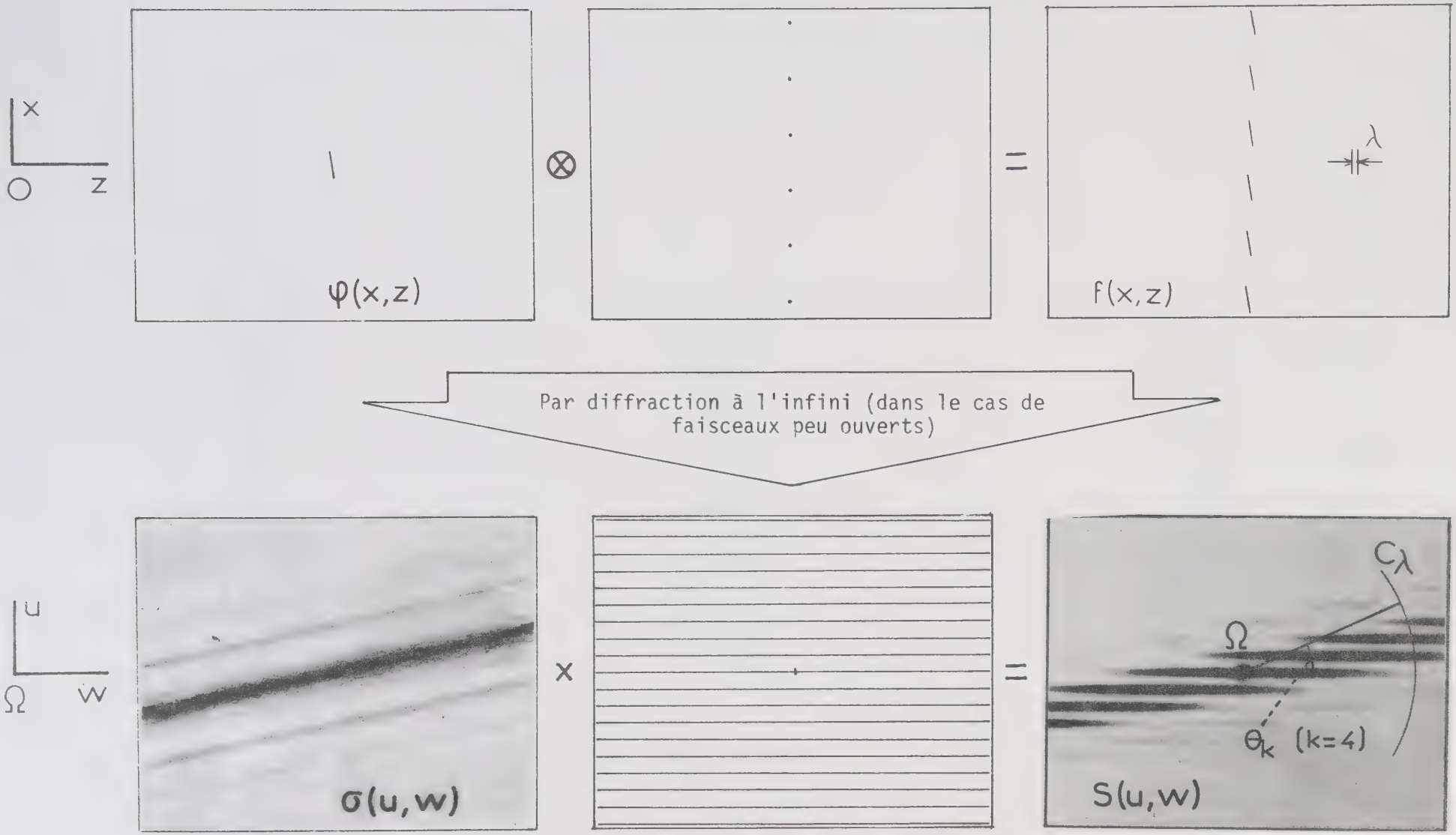

x
O
z
φ(x,z)
⊗
=
f(x,z)
λ
Par diffraction à l'infini (dans le cas de faisceaux peu ouverts)
u
Ω
w
σ(u,w)
x
=
Cλ
Ω
θk (k=4)
S(u,w)

Fig. 38 a.

Réseau simulé Spectre synthétique

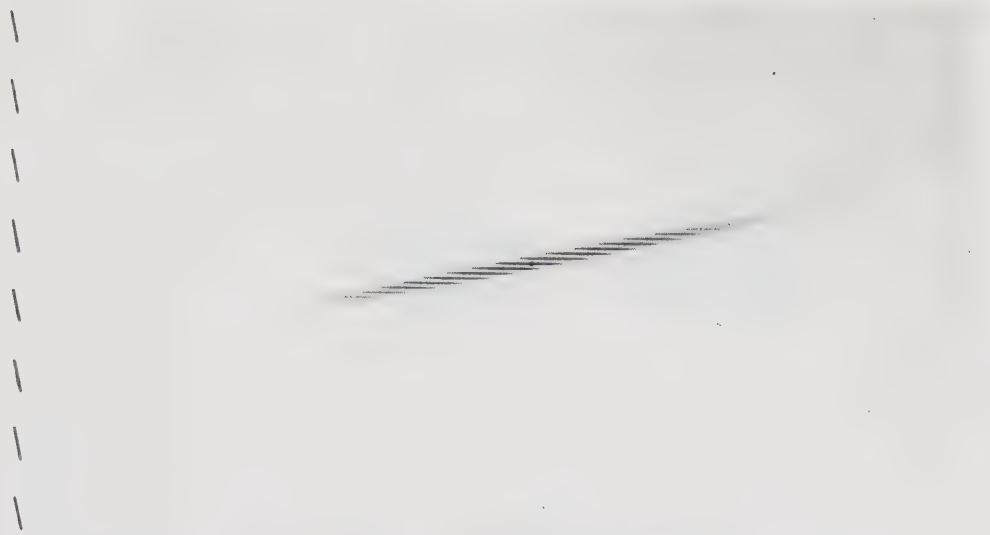


Fig. 38 b. - Profil en échelette.

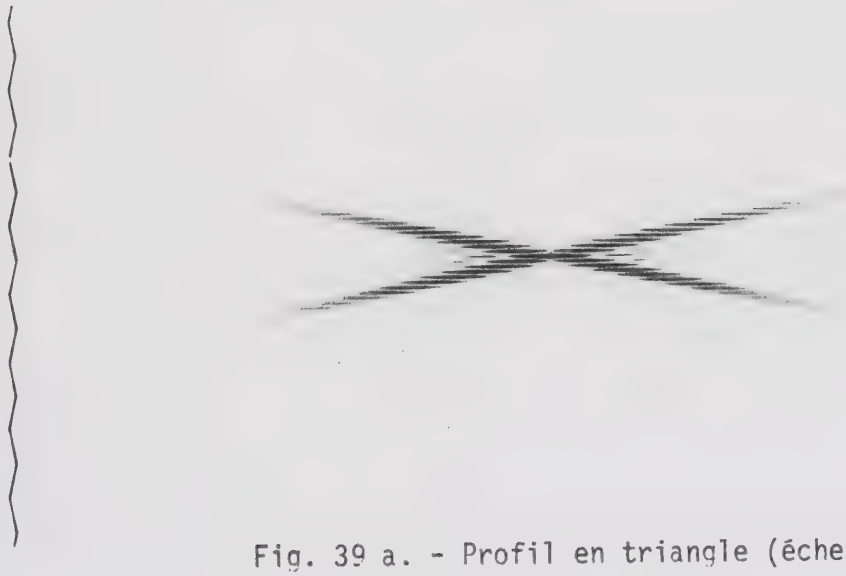


Fig. 39 a. - Profil en triangle (échelette double).

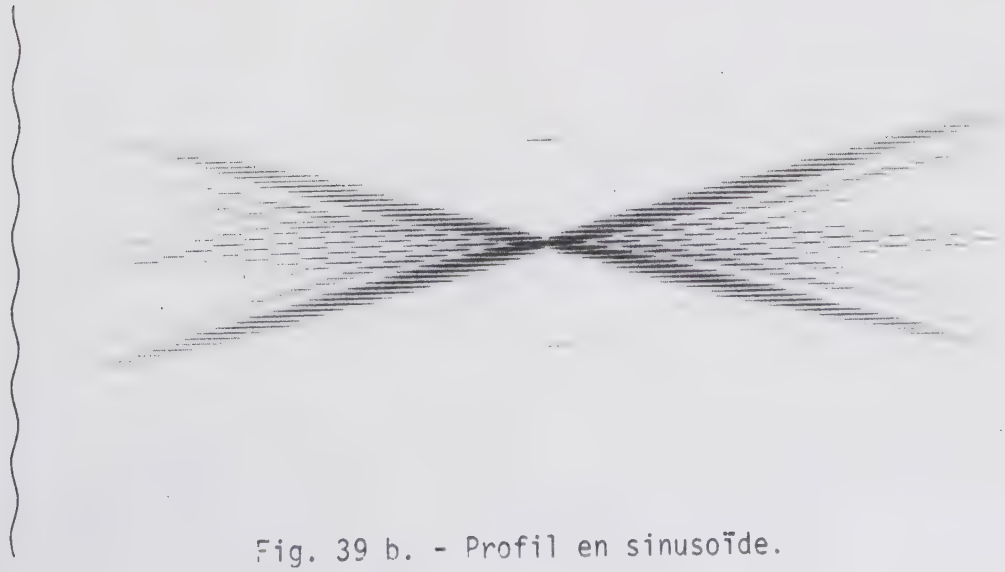


Fig. 39 b. - Profil en sinusoïde.

Réseau simulé

Spectre synthétique

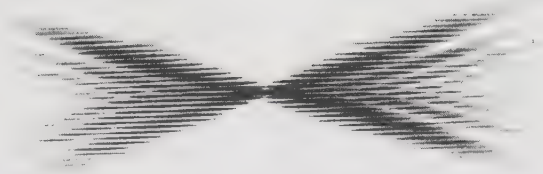


Fig. 40 a. - Profil en arc de cercle.

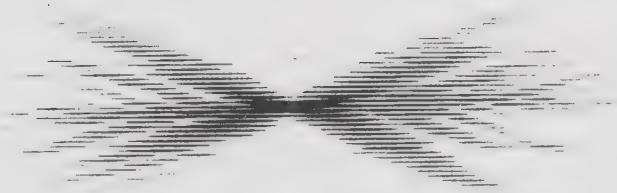


Fig. 40 b. - Profil en cycloïde.

Fig. 41. - Profil en demi-ellipse.

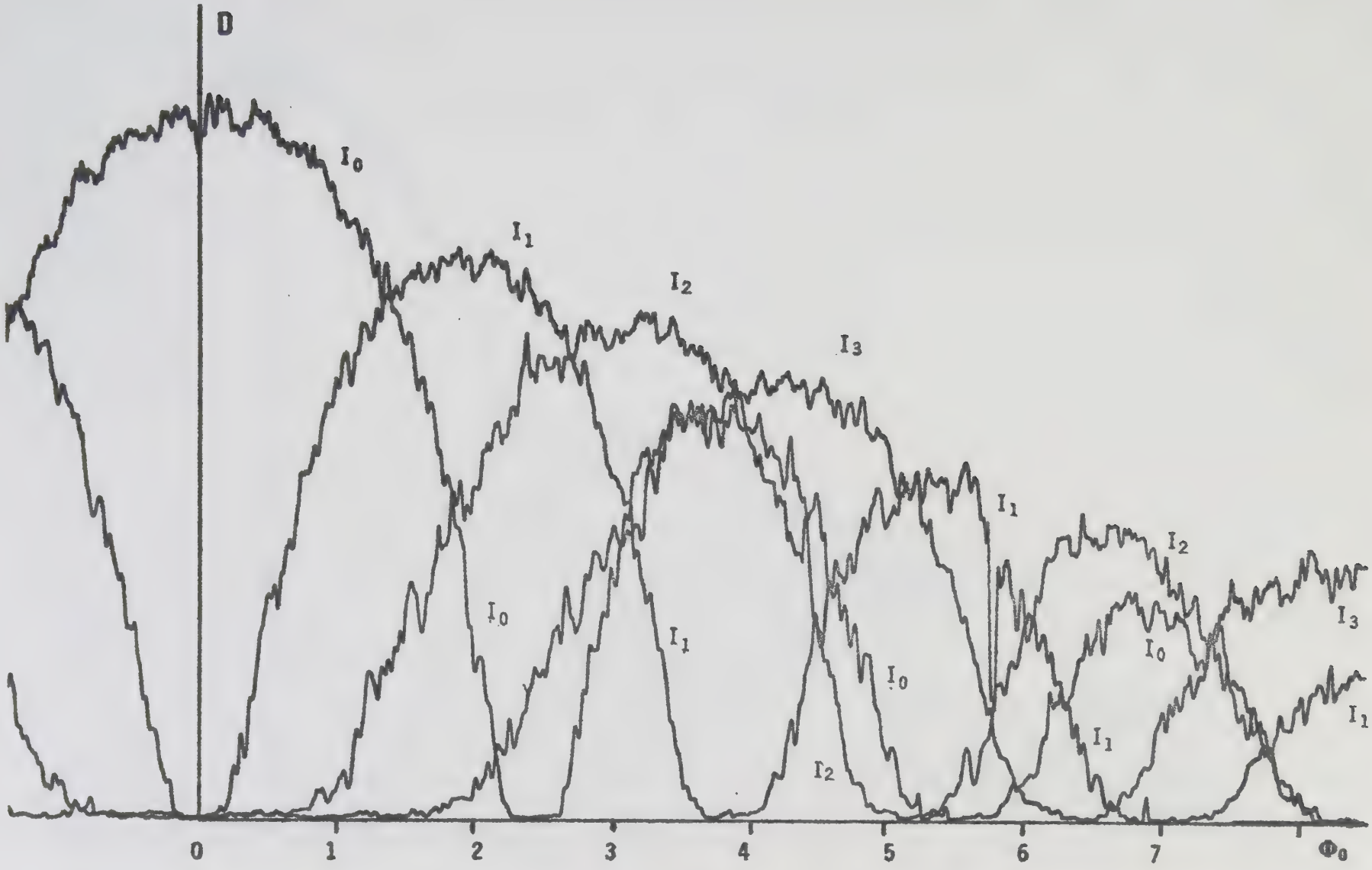


Fig. 42 a. - Coupes densitométriques du spectre synthétique d'un profil de phase en sinusoïde, suivant les lignes de la trame correspondant aux ordres 0, 1, 2 et 3.

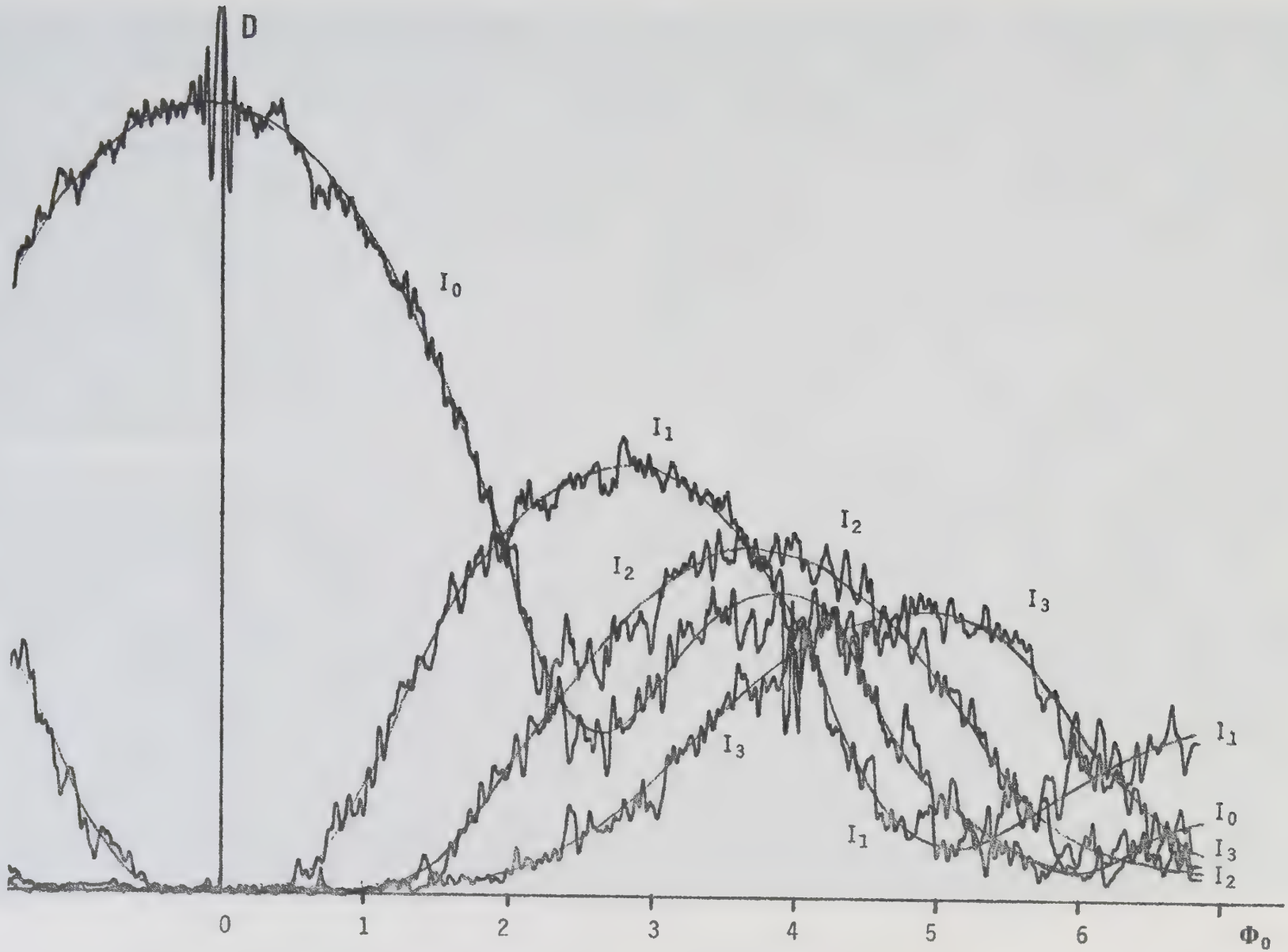


Fig. 42 b. - Coupes densitométriques du spectre synthétique d'un profil de phase en arc de cercle, suivant les lignes de la trame correspondant aux ordres 0, 1, 2 et 3.

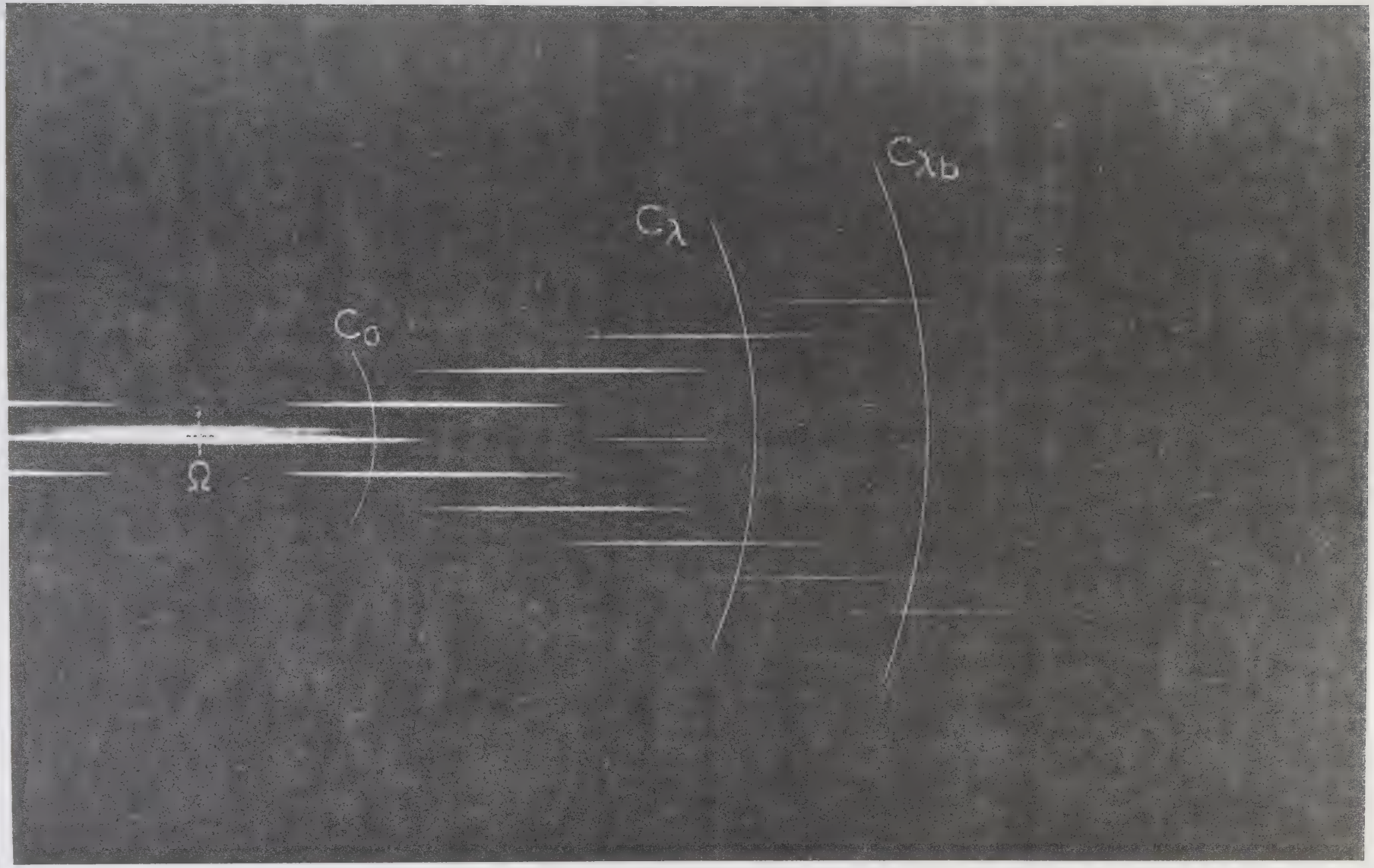


Fig. 43. - Image positive agrandie du spectre synthétique d'un profil en sinusoïde (fig. 39 b).

CHAPITRE V

MISE EN OEUVRE DES GRILLES MULTIPLICATRICES DANS QUELQUES APPLICATIONS

L'intérêt de la multiplication d'images réside dans la possibilité de répartir simultanément une même information dans un ensemble de régions séparées dans l'espace. La qualité du résultat est alors essentiellement liée à la similitude - voire à l'identité - des répartitions d'intensité dans les différentes images. On a donc été amené à construire des grilles multiplicatrices fournissant plusieurs images identiques de bonne qualité et de même niveau d'intensité.

Nous nous proposons maintenant d'en étudier certains domaines d'application.

V.I. PHOTOGRAPHIE CLASSIQUE : AGRANDISSEUR MULTIPLICATEUR

Le principe des grilles multiplicatrices est déjà connu et appliqué dans l'industrie électronique des circuits intégrés, lorsqu'il s'agit d'obtenir un grand nombre d'images de très petites dimensions (nous y reviendrons au paragraphe suivant). Il n'est pas encore utilisé dans la pratique dans le cadre de la simple reproduction d'images surtout lorsque l'on désire un nombre d'images restreint mais de taille beaucoup plus importante, de l'ordre des formats photographiques courants (entre le 9 x 12 cm et le format photo d'identité). Les grilles élaborées peuvent, à cet effet, équiper un agrandisseur photographique à reproduction multiple (agrandisseur - multiplicateur) comme celui réalisé au laboratoire de Physique Générale et Optique de Besançon (x), et dont nous donnons la description.

(x) Un dossier a été déposé à l'ANVAR (n° 7893) par Mme Nicole Aebischer, Docteur ès Sciences, C.N.R.S., Besançon.

V.1.1. *Source d'illumination*

L'éclairage se fait en lumière monochromatique ; il est donc indispensable d'utiliser une source telle qu'un laser, émettant si possible dans le vert ou dans le bleu (laser à argon par exemple) car la radiation rouge des lasers à Hélium-Néon (moins chers) n'impressionne pas le papier photographique courant.

V.1.2. *Optique du système*

La puissance lumineuse de la source laser permet de limiter à des valeurs faibles les angles de champ et d'ouverture des condenseurs et objectifs : les aberrations géométriques sont donc réduites au minimum ; de plus la monochromaticité de la source laser n'introduit aucune aberration chromatique. En conséquence, on peut se contenter, comme éléments optiques, de lentilles simples.

Le schéma de principe d'un tel appareil est donné sur la figure 44a. La lentille de champ L_1 conjugue le point focal de l'objectif Ob - qui joue le rôle de source quasi ponctuelle - avec la lentille L (point S'). Le négatif photographique P (de dimensions 24 x 36 mm) que l'on cherche à reproduire est placé au voisinage de L_1. La lentille L conjugue P avec le plan P' où l'on dispose le papier photographique qui sera impressionné. En l'absence de grille multiplicatrice G, on obtient une seule image centrale P'_o au grandissement et au format choisis;lorsqu'on interpose G au voisinage de L, l'image centrale P'_o devient moins brillante et est entourée d'images multiples - diffractées - de mêmes dimensions.

L'écart angulaire des images diffractées par G doit être adapté au format, de façon telle que les images ne se chevauchent pas et ne soient pas trop écartées l'une de l'autre (pour éviter des pertes de papier photographique).

Un diffuseur mobile D placé au-voisinage de S, supprime les marbrures inhérentes à la cohérence spatiale du laser : de ce fait, l'éclairement des images est bien uniforme.

La figure 44b représente le montage proposé. Une lentille simple supplémentaire L' fait office de "zoom":en se déplaçant longitudinalement entre L_1 et L, elle permet d'ajuster le grandissement de façon continue, indépendamment

de la distance LP' (ou GP') qui détermine l'écartement des images. Lorsque l'on change la position de L' (qui commande le grandissement) il faut réajuster celle de L_1, solidaire de P (qui commande la netteté en P') et celle de S, donc de Ob, pour former toujours S' en L ; (toutes ces opérations pourraient être faites automatiquement au moyen d'un dispositif mécanique convenable analogue à celui des zooms ou des agrandisseurs automatiques). Par ailleurs, des miroirs plans M_1, M_2 et M_3 replient le faisceau lumineux pour rendre plus commode l'utilisation de l'appareil en amenant les images P' dans un plan horizontal : cela permet de placer en ce plan un margeur (comme on le fait pour un agrandisseur classique).

Dans l'appareil construit, les longueurs focales de L_1, L' et L sont respectivement 21, 50 et 50 cm, les diamètres utiles 4,5, 4,5 et 1 cm. Le grandissement peut varier de 1 à 5 de manière continue.

Le diffuseur, situé dans la région de S sans aucune rigueur de positionnement, est choisi assez transparent pour que la lumière diffusée autour de S' ne s'étale pas au delà d'un diamètre de 1 cm (diaphragme de L et G). Il est agité de façon aléatoire pendant le temps de pose de la photographie (quelques secondes avec un laser à argon).

V.1.3. Opérateur de multiplication

La grille multiplicatrice G peut être l'une de celles dont les principes et la réalisation ont été décrits dans les chapitres précédents (grille faite à partir de 3 points-sources disposés en triangle rectangle, ou constituée de deux réseaux holographiques de phase accolés de façon telle que leurs axes soient croisés perpendiculairement).

La figure 45 montre un exemple d'agrandissement multiple dans le cas où la grille G donne simultanément 9 images de même niveau d'intensité. La figure 46 présente un cas où G fournit 25 images pratiquement identiques.

Remarque : en croisant deux réseaux de même pas, on obtient dans le plan réponse des écartements égaux pour les deux coordonnées, adaptés à des images carrées. Deux réseaux de pas différents s'adaptent à des images rectangulaires.

V.1.4. Qualité de l'image

La qualité de l'image obtenue dépend de sa résolution, limitée uniquement par la diffraction. La limite de résolution peut s'exprimer par le rayon r_1 de la tache d'Airy, réponse impulsionnelle de l'objectif L de diamètre

D = 1cm à la distance LP' = p' de l'ordre de 1 m :

$$r_1 = 1{,}22\,\frac{\lambda}{\Omega} \qquad \text{avec} \qquad \Omega = \frac{D}{p'} \simeq \frac{1}{100}$$

On trouve $r_1 \simeq 50\mu m = \frac{1}{20}$ mm. Cette limite de résolution est suffisante pour des tirages sur papier destinés à être observés à distance de lecture habituelle.

V.1.5. Cohérence temporelle nécessaire

L'écartement d'une image latérale (diffractée) par rapport à l'image centrale (géométrique) est proportionnel à λ. Supposons un écartement[1] de l'ordre de 10 cm (dimension moyenne d'une photographie courante). Si l'on veut assurer une limite de résolution de 1/20 mm = 0,05 mm, il faut que

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{dl}{l} = \frac{0{,}05}{100} = 5.10^{-4}$$

Si $\lambda \simeq 5000\ \mathring{A}$, $\Delta\lambda \simeq 2{,}5\ \mathring{A}$

La source de lumière utilisée est un laser à argon dont la cohérence temporelle ($\Delta\lambda = 0{,}01\ \mathring{A}$) est très supérieure à celle nécessitée par le dispositif. Le laser n'est finalement pas bien adapté. On peut espérer l'apparition sur le marché de sources assez monochromatiques, d'intensité raisonnable et émettant des radiations pouvant impressionner les papiers photographiques. En effet, la nécessité d'éclairage monochromatique constitue, pour l'instant, la seule limitation à la diffusion de ce procédé qui procure un gain de temps effectif appréciable dans certains travaux photographiques courants.

V.2. SYSTEME REDUCTEUR-MULTIPLICATEUR

Le problème de l'obtention d'un grand nombre d'images de dimensions très petites est notamment celui de la reproduction d'un masque de microcircuit électronique pour imprimer photographiquement des circuits intégrés. Contrairement au cas précédent, on s'attache à réduire l'image de l'objet en même temps qu'on la multiplie. Le schéma de principe du montage est indiqué figure 47a ; il est analogue à celui de la figure 44a, mais la lentille L est plus proche du plan de l'image que de celui de l'objet.

Nous décrirons succintement diverses méthodes qui ont déjà été proposées et utilisées pour résoudre ce problème, puis nous montrerons que nos grilles holographiques permettent d'en donner une solution plus simple.

V.2.1. *Rappel sur diverses méthodes employées pour la multiplication de circuits intégrés*

a - Greenaway et Russel [9] fabriquent un hologramme de points classique avec une source ponctuelle de référence et une matrice de points lumineux constitués par les points de focalisation d'une onde plane tombant sur une matrice de m petites lentilles (m = 10 x 10 = 100). L'utilisation de cet hologramme d'amplitude se fait en dehors de l'axe et le rendement lumineux est très faible (nous l'avions fait remarquer au chapitre II).

b - Dammann et Görtler [3] calculent un motif élémentaire bidimensionnel d'autant plus compliqué qu'ils désirent un plus grand nombre d'images (en gros, suivant une dimension, le motif est constitué de n éléments noirs et blancs si l'on veut obtenir n images, soit n^2 images dans deux dimensions). Le motif est photographié, tiré sur papier en grand nombre d'exemplaires à échelle réduite; ces exemplaires sont reportés bout à bout suivant les deux dimensions. Cet ensemble est de nouveau photographié et réduit, puis multiplié encore, et ainsi de suite jusqu'à obtenir un assez grand nombre de motifs suffisamment petits, recouvrant une surface désirée : il constitue une grille d'amplitude servant de masque pour imprimer une couche de photorésist, afin d'obtenir une grille de phase (après ajustement rigoureux du temps d'éclairement du photorésist en vue d'assurer la dénivellation désirée).

Ces grilles multiplicatrices fonctionnent sur l'axe et sont très lumineuses (cf. chap. I). Le principe de leur fabrication interdit une fréquence très grande à cause de la résolution limitée des objectifs photographiques nécessaires pour les réductions. Aussi ces grilles sont-elles bien adaptées aux faibles écartements angulaires de diffraction, donc aux images de petites dimensions.

En revanche les difficultés technologiques de réussite de telles grilles sont considérables.

c - L.P. Boivin [12] a utilisé une méthode qui nous intéresse directement, car elle nécessite des grilles relativement simples, c'est-à-dire qui ne donnent que 9 images. En plaçant deux grilles dans un montage à double réduction (fig. 47b), constitué pratiquement de deux fois le montage figure 47a, "en cascade", on obtient dans le plan réponse final 9 x 9 = 81 images.

Toutefois, les grilles utilisées par Boivin étaient des grilles de phase créneaux fabriquées de la façon suivante : un motif créneau unidimensionnel, dessiné puis réduit photographiquement, donne un masque d'amplitude à travers lequel on éclaire une couche de photorésist déposée sur du verre ; après développement du photorésist, les régions opaques du masque correspondent à des régions recouvertes de photorésist et les régions transparentes au verre nu. Cette surface est attaquée par une solution d'acide fluorhydrique (HF) pendant une durée à ajuster de manière à creuser le verre nu de la profondeur e souhaitée (e = 0,39 µm), pour réaliser l'égalisation des termes diffractés d'ordres 0 et ±1, à la longueur d'onde utilisée. Ensuite la couche de photorésist est enlevée à l'aide d'un solvant convenable. Cette opération est alors répétée complètement en tournant le masque créneau de 90° par rapport à la surface déjà gravée : on obtient la grille bidimensionnelle cherchée.

Là encore, les difficultés technologiques de fabrication de telles grilles font préférer nos grilles holographiques de phase, constituées à partir de réseaux unidimensionnels croisés, qu'il est facile de réussir, en plusieurs exemplaires, sur film holographique.

V.2.2. *Système réducteur, double ou simple*

Nous adoptons volontiers le montage de double-réduction proposé par Boivin, et qui conduit directement à 81 images *négatives* d'un objet positif.

Dans le cas où l'on désirerait 81 images positives, il serait alors nécessaire d'effectuer une opération photographique supplémentaire d'inversion de l'image.

Cette remarque suggère une simplification du montage : il suffit d'un système *réducteur unique* (fig. 47a) donnant un négatif "intermédiaire" de 9 images qui, dans une deuxième opération, joue le rôle d'objet dans le *même* réducteur, et fournit finalement 81 images *positives*. Le réducteur unique adopté effectue une réduction de 1/3 .

C'est ainsi que nous avons obtenu, par exemple, les 81 images d'un hologramme acoustique (fig. 47 c) dont nous parlerons un peu plus loin.

V.2.3. *Application à la réalisation de certains réseaux simulés*

Ce procédé de "réduction-multiplication" a été appliqué effectivement à la réalisation de profils particuliers, dans la poursuite de l'étude des réseaux simulés, réseaux pouvant être non seulement de phase mais aussi d'amplitude.

Par exemple, un réseau sinusoïdal d'amplitude peut être simulé par une ligne droite d'épaisseur renforcée périodiquement suivant une loi sinusoïdale.

De même un réseau sinusoïdal d'amplitude et de phase peut être simulé par une ligne sinusoïdale renforcée à chaque période suivant une loi sinusoïdale également.

Il s'agit donc pour simuler de tels réseaux, de réaliser une ligne "épaissie" périodiquement. Compte tenu de l'épaisseur de la plume de la table traçante, il est nécessaire de la dessiner à une échelle beaucoup plus grande que celle adoptée pour les profils de phase étudiés précédemment (cf. chap. IV), c'est-à-dire, avec une période de 100 mm au lieu des 20 mm pour ces derniers. On ne peut donc faire que 3 périodes successives du fait de la dimension maximale de la table traçante.

Le problème consistant ensuite non seulement à réduire, mais encore à multiplier ces périodes de manière à en obtenir au moins une vingtaine. :

- On photographie comme d'habitude les 3 périodes tracées de façon à obtenir un "positif" de 3 périodes de 9 mm, qui joue le rôle d'objet à multiplier.
- Cet objet placé sur notre montage (où l'on n'utilise qu'un seul des deux réseaux croisés car on ne multiplie que suivant une dimension) donne une image négative de 3 x 3 = 9 périodes de 3 mm.
- Cette image négative prise maintenant comme objet donne sur le même montage une image finale positive de 3 x 9 = 27 périodes de 1 mm. C'est la pupille diffractante f(x,z) cherchée, ou le réseau simulé R (cf. chap. IV).

La figure 48 résume ces opérations.

V.2.4. *Applications à la réalisation de grilles elles-mêmes*

Lorsque l'on cherche à réaliser des grilles multiplicatrices du type de celles de Dammann et Görtler [3], (§ V.2.1.), il apparaît évidemment très

avantageux d'effectuer les répétitions du motif dont il a été question, au moyen d'une grille multiplicatrice elle-même déjà réussie, comme l'avait signalé J.L. Tribillon [2].
Le procédé précédent pourrait être proposé à cet usage, d'autant plus qu'il est en principe répétitif indéfiniment : rien n'empêche de reprendre les 81 images comme nouvel objet dans le même réducteur simple, ce qui donnerait 81 x 9 = 729 images réduites encore 3 fois. Si l'on veut, ces 729 images pourront à nouveau servir d'objet sur le même montage et fourniront 729 x 9 = 6561 images, et ainsi de suite, la limite étant imposée uniquement par la résolution effective du système optique.

V.3. MULTIPLICATION D'HOLOGRAMMES

V.3.1. Limitation des possibilités dans le cas général

Il est fréquent de désirer recopier un hologramme, soit parce que l'on souhaite l'avoir en plusieurs exemplaires, soit pour certains besoins particuliers où l'on doit afficher un certain nombre d'hologrammes identiques contigus [16,17].

Puisque l'on arrive à obtenir plusieurs photographies simultanées par le procédé de multiplication d'images qui fait l'objet de ce travail, on pourrait espérer multiplier des hologrammes de la même manière.

Habituellement, il y a en principe deux façons possibles de recopier un objet mis sous forme de transparence variable : soit par contact, soit par report photographique au moyen d'un objectif de conjugaison ; (à moins d'un traitement spécial de développement, on obtient en général un contre-type négatif, qu'il faudra ensuite inverser de l'une ou l'autre façon). On recommence autant de fois l'opération d'éclairement que de copies désirées. Ceci est vrai pour les photographies (copies de diapos par exemple).

Pour les hologrammes, s'il s'agit d'hologrammes "optiques" (c'est-à-dire enregistrés avec une longueur d'onde de la lumière visible), seul le procédé par contact convient. En effet, aucun objectif n'est censé posséder un facteur de transfert suffisant pour les fréquences élevées, qui caractérisent les microfranges dont sont constitués ces hologrammes.

Ainsi, puisque des hologrammes optiques ne peuvent pas être reproduits par report photographique classique, même un par un, *a fortiori*, ils ne pourront pas l'être par une opération de multiplication d'images car la grille multiplicatrice accompagne nécessairement un objectif de conjugaison.

Par contre, ces difficultés n'existent pas lorsqu'il s'agit d'hologrammes acoustiques ou de micro-ondes, par exemple, caractérisés par des macrofranges et dans lesquels la surface d'enregistrement reste toujours très petite comparée à la longueur d'onde utilisée : la résolution est alors très basse.

Le procédé des grilles multiplicatrices est donc recommandable au même titre que pour une photographie habituelle en vue d'obtenir plusieurs hologrammes identiques indépendants. De plus, du fait que l'on obtient des images multiples rangées en matrice (ou, éventuellement, en ligne seulement), ce moyen est très utile pour traiter un problème du genre de celui qui avait fait l'objet d'une recherche en micro-ondes par A.P. Anderson et J. Duvernoy[17] et que nous allons aborder particulièrement.

V.3.2. *Tentative d'affinement de l'image restituée à partir d'un enregistrement photographique d'un hologramme acoustique*

En holographie acoustique, la plupart des développements se cantonnent le plus souvent à une simple transposition des techniques optiques. Mais on sait que tout système de représentation d'une information susceptible d'être traitée optiquement présente des limitations : les hologrammes acoustiques souffrent d'une très faible résolution due aux systèmes de transmission mais aussi et surtout aux longueurs d'ondes utilisées. On conçoit alors que l'image restituée soit très dégradée et qu'il soit souhaitable de chercher à en améliorer la qualité.

Une étude de ce genre avait été conduite en micro-ondes par A.P. Anderson et J. Duvernoy[17]. En matérialisant le système d'interférences de deux micro-ondes issues de l'objet et de la source de référence, puis en le photographiant à grande distance on obtient l'équivalent optique de l'hologramme de Fourier de l'objet. La limite de résolution associée à un tel hologramme, de dimension L, est égale à $\frac{\lambda D}{L}$ (D est la distance de l'hologramme au plan de restitution). Cette formule suggère de repousser la limite en affichant n hologrammes identiques contigus, ce qui l'amènerait à $\frac{\lambda D}{nL}$.

On s'appuie pour cette opération sur le formalisme qui suit[18] (développé suivant une dimension pour simplifier).

Soit G(u). rect (u/L) la fonction qui décrit l'hologramme de Fourier limité (u désignant une coordonnée du plan de Fourier). Cet hologramme

est répété n fois, la distance entre les centres de deux hologrammes consécutifs étant s. L'hologramme composé résultant se traduit alors par :

$$G_n(u) = \{G(u).\mathrm{rect}(u/L)\} \otimes \{\text{///}\ (u/s).\mathrm{rect}\ (u/(n-1)s)\} \qquad (V.1)$$

où ///(u/s) représente le "peigne" de période s (supérieure ou égale à L), et rect (u/(n-1)s) la fonction qui délimite le domaine de ce peigne (l'extension totale des n hologrammes étant (n-1)s + L).

Si l'information enregistrée dans l'hologramme de Fourier concerne un point décrit dans le plan objet par $\delta(x)$ (mesure de Dirac), où x est la variable réciproque de u, l'amplitude de l'image restituée à partir de l'ensemble d'hologrammes est proportionnelle à la transformée de Fourier de l'expression (V-1), soit :

$$A'(x) = \underbrace{\{\delta(x) \otimes L\ \mathrm{sinc}\ (\pi Lx)\}}_{a}.\underbrace{\{\tfrac{1}{s}\ \text{///}\ (sx) \otimes (n-1)s.\mathrm{sinc}\ (\pi(n-1)s)\}}_{b} \qquad (V.2)$$

où $\mathrm{sinc}\ (\pi Lx) = \dfrac{\sin \pi Lx}{\pi Lx}$

et /// (sx) est le "peigne" transformé de ///$(\frac{u}{s})$, de période $\frac{1}{s}$.

L'image du point, obtenue à partir d'un seul hologramme, est décrite par le terme (a) de l'expression ci-dessus, sa largeur est proportionnelle à 1/L. Les deux images latérales sont symétriques par rapport au terme central.

Le produit de (a) par (b) affine ces images dont la dimension devient 1/(n-1)s, au prix d'une répétition introduite par le peigne ///(sx).

Un tel traitement est donc justifié lorsqu'il s'agit d'améliorer l'image d'un point, ou d'un objet constitué par un ensemble discret de points (objets de dimension inférieure à la longueur d'onde utilisée).

On doit noter toutefois que le centre des images et les maximums du peigne ///(sx) ne coïncident pas nécessairement, mais seulement lorsque s = kp (k entier, p période moyenne des franges de l'hologramme) : dans ce cas l'affinement est réalisé au mieux. Autrement dit, il est souhaitable que le point à restituer se trouve exactement sur l'un des noeuds de la trame bidimensionnelle ///(sx) qui multiplie la restitution $\delta(x) \otimes \mathrm{sinc}(\pi Lx)$ d'un hologramme unique.

J. Duvernoy et A.P. Anderson [17] avaient effectué l'affichage de plusieurs hologrammes identiques, contigus, en tirant sur papier le nombre d'exemplaires nécessaire, en les juxtaposant par collage et en rephotographiant l'ensemble. Un ajustement éventuel de l'écartement s pour réaliser s = kp n'était pas aisé.

En utilisant nos grilles multiplicatrices dans le montage réducteur-multiplicateur (cf § précédent, fig. 47a), il est très simple de régler l'écartement s par translation longitudinale de la grille G et la réalisation de l'hologramme multiple d'écartement s quelconque est rapide.

Nous avons vérifié cette méthode en prenant comme exemple un hologramme acoustique tiré de la publication citée en référence [19], l'objet à restituer étant *a priori* inconnu.

Si cet objet est étendu, sa résolution est limitée par la largeur L de l'hologramme : l'écart de deux points résolubles est proportionnel à $\frac{1}{L}$, qui est égal à $\frac{1}{s}$, c'est-à-dire au pas des mailles de la trame ///(sx) lorsque les hologrammes multipliés se touchent (s = L). Quand ils ne sont pas contigus (s > L), le pas $\frac{1}{s}$ de la trame diminue (fig. 49) : la restitution paraît alors mieux "résolue" à mesure que s augmente car sa description tend vers l'aspect de la restitution avec un seul hologramme (fig. 49a).

Mais ce gain apparent d'information est illusoire : cette restitution (fig. 49a) ne contient pas plus d'information sur l'objet que celle obtenue à partir de plusieurs hologrammes contigus, où s ≃L (fig. 49b) (en accord avec le théorème de Whittaker-Shannon).

Cette dernière restitution (fig. 49b) est donc suffisante pour définir l'objet cherché et le tramage présente l'avantage de mettre en évidence les "points indépendants" de l'objet, c'est-à-dire la distance minimale résoluble; il évite les illusions éventuelles sur l'information obtenue.

A partir de l'expression (V.2) on montre que l'intensité lumineuse dans l'ordre central de restitution constituée par la lumière non diffractée est proportionnelle à la surface de l'hologramme

$$I_o \sim n^2 L^2 \;;$$

l'intensité de chacune des images latérales est

$$I \sim \rho(n-1)^2 L^2 \qquad (\rho \text{ étant le rendement de diffraction}),$$

et le rapport de ces deux quantités

$$\frac{I}{I_o} = \rho \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$$

tend rapidement vers ρ (sa valeur maximale) lorsque n augmente.

En utilisant deux fois le réducteur-multiplicateur (fig. 47a), on peut augmenter notablement le nombre des hologrammes (fig. 47c). L'avantage d'une telle multiplication est qu'à la restitution, on obtient un affinement plus prononcé des points indépendants et un accroissement du gain en luminosité.

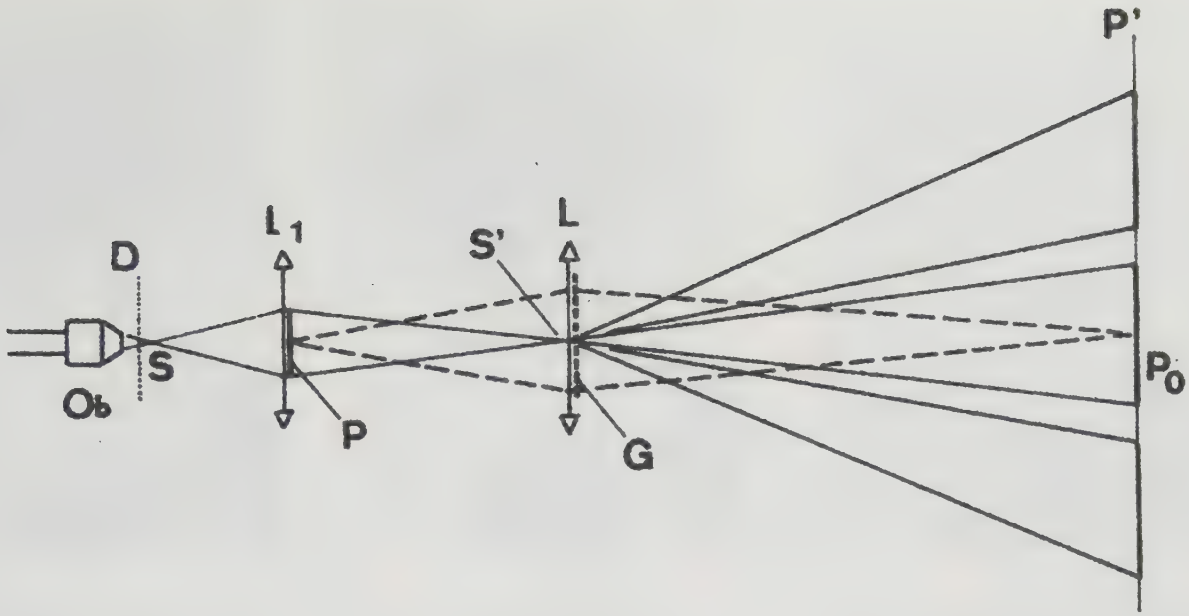


Fig. 44 a. - Schéma de principe d'un agrandisseur multiplicateur.

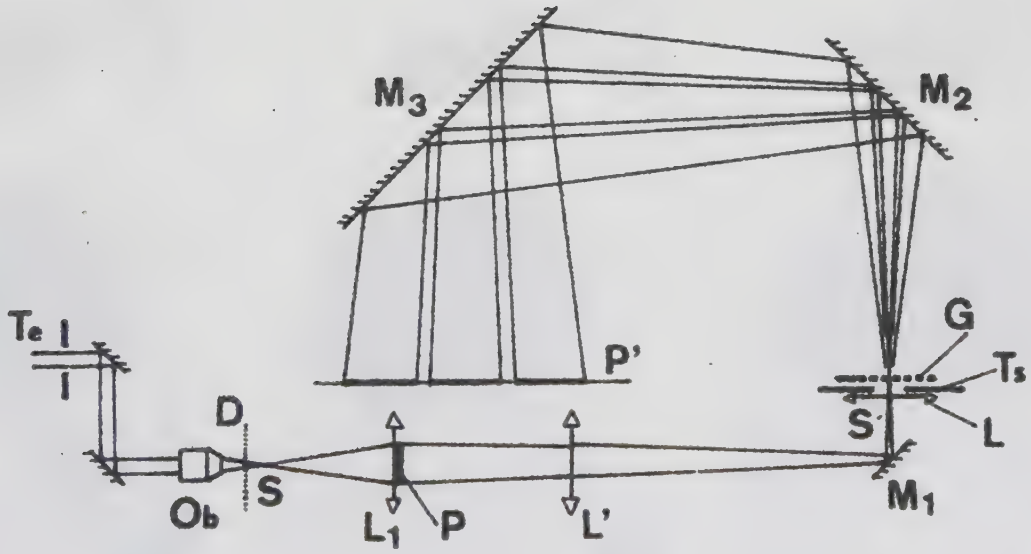


Fig. 44 b. - Schéma du montage effectivement réalisé.

Fig. 45.

Fig. 46.

Fig. 47 a. - Schéma du réducteur multiplicateur simple utilisé.

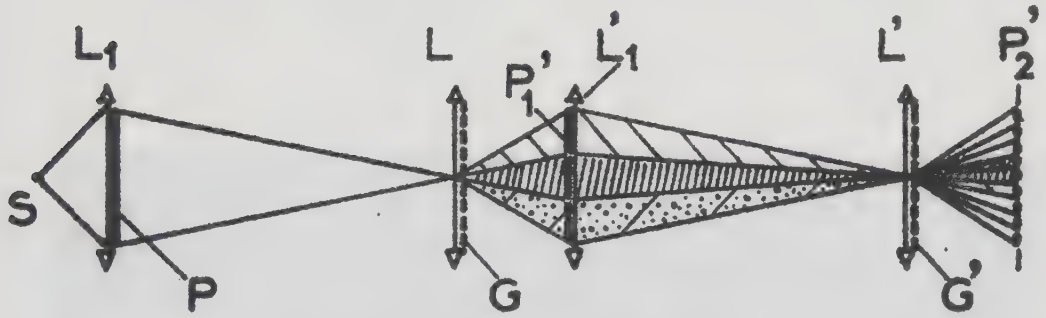


Fig. 47 b. - Schéma d'un réducteur multiplicateur double.

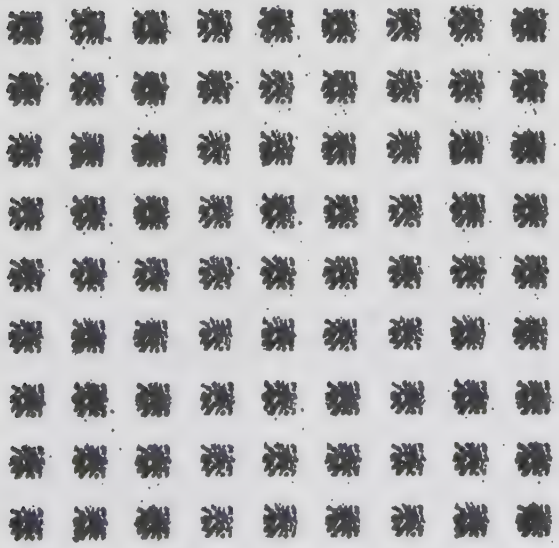
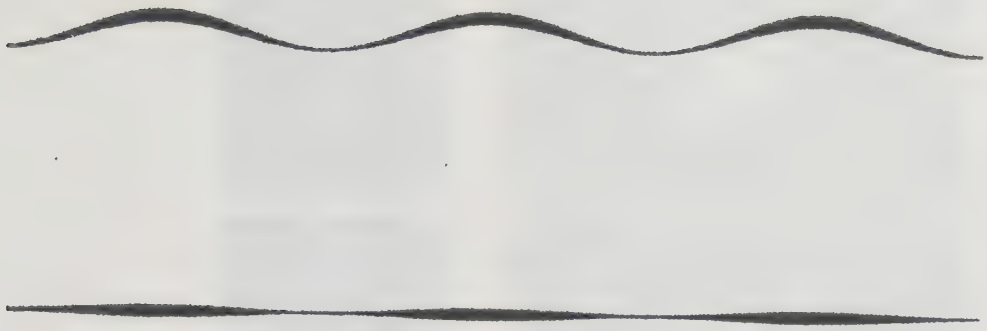
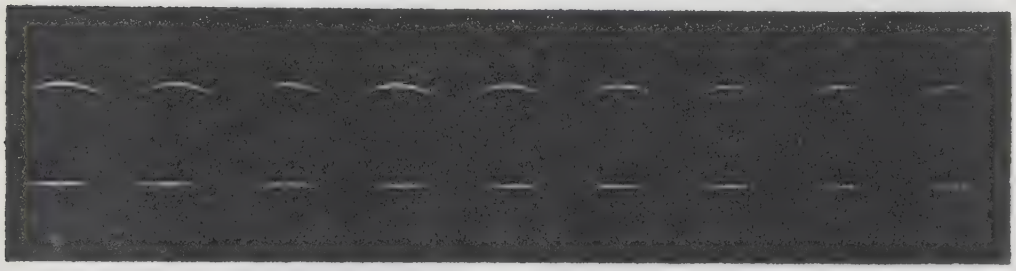


Fig. 47 c. - Matrice de 81 hologrammes acoustiques obtenue au moyen du réducteur multiplicateur simple utilisé deux fois successivement.



a) Objet positif (transparent sur fond noir) obtenu par photographie directe du motif dessiné par la table traçante d'une calculatrice type Hewlett-Packard.



b) Image négative (noire sur fond transparent) obtenue dans la première opération, et servant d'objet dans la deuxième opération, sur le réducteur multiplicateur simple.

c) Image positive définitive (transparente sur fond noir) obtenue dans la deuxième opération.

Fig. 48. - Tirages agrandis 5 fois (inversés) des 3 photographies successives conduisant simultanément à deux modèles de réseaux simulés : réseau sinusoïdal d'amplitude et de phase (en haut) et réseau sinusoïdal d'amplitude (en bas).

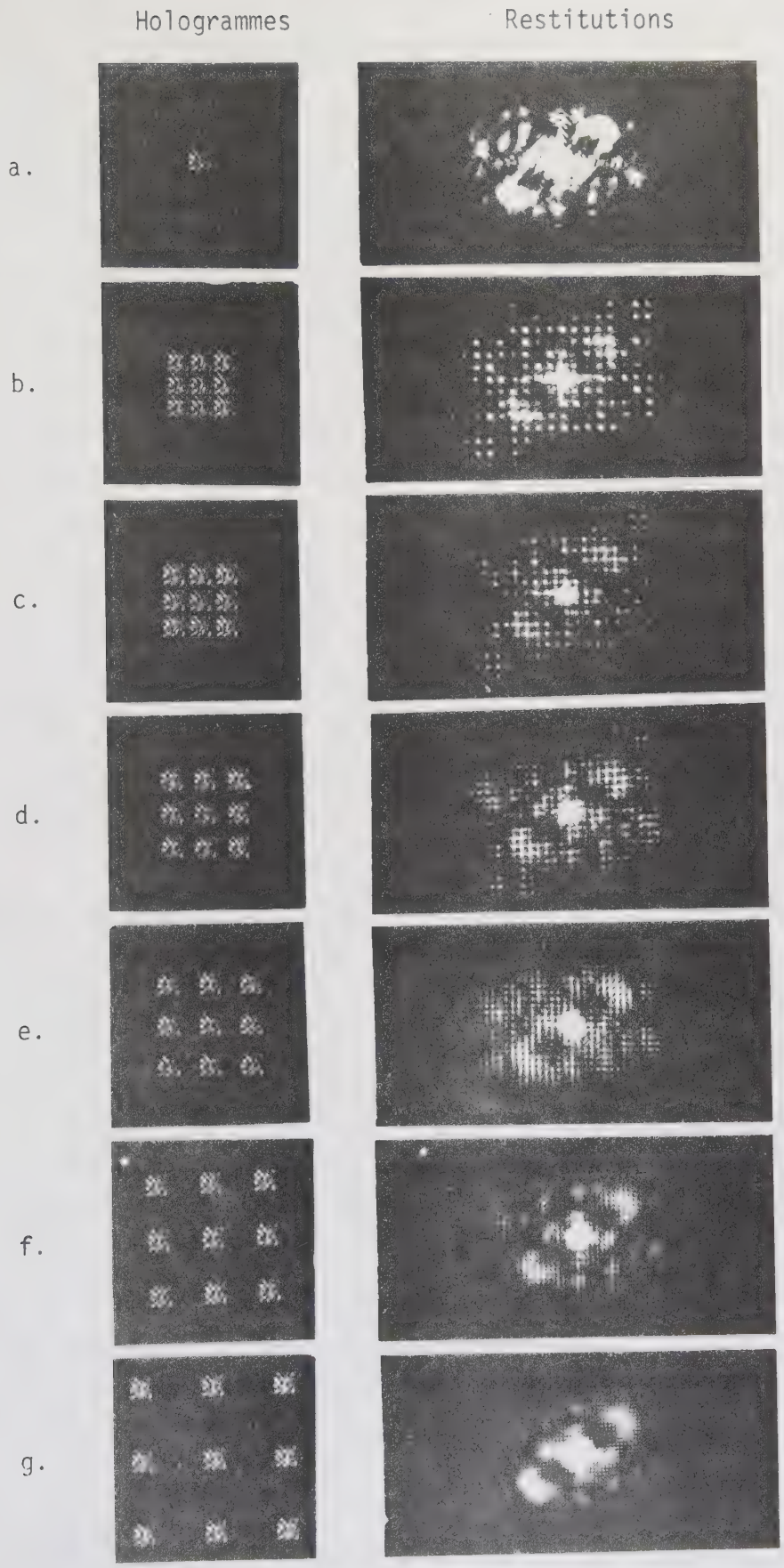


Fig. 49. - a) Restitution à partir d'un seul hologramme acoustique.
b, c, d, e, f, g) Différents aspects de l'image restituée à partir d'une matrice de 9 hologrammes identiques, lorsque l'écartement s augmente.

CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce manuscrit complète une étude de principe, conduite au Laboratoire de Physique Générale et Optique de Besançon, sur la multiplication d'images. Il aboutit à la réalisation de grilles multiplicatrices enregistrées sur émulsions holographiques.

Trois méthodes sont successivement développées.

La première fait ressortir l'avantage, sur le procédé classique des hologrammes de points,d'un interférogramme de points-combinés. L'enregistrement de l'interférogramme de n points-sources produit, lors de la restitution, n(n-1) images. Le positionnement des points-sources doit être spécialement étudié afin de répondre au mieux à la condition de remplissage optimal d'une surface rectangulaire déterminée.

Les grilles obtenues sont des hologrammes d'amplitude enregistrés dans le domaine de linéarité, c'est-à-dire de sous-exposition, de l'émulsion : de ce fait, ils ont un rendement de diffraction très faible, l'image centrale, non utilisable, étant exagérement intense.

Dans la deuxième méthode, on limite à 3 le nombre de points-sources disposés soit en triangle équilatéral, soit en triangle rectangle. On surexpose l'interférogramme de façon à faire apparaître des images supplémentaires (corrélations multiples aux ordres supérieurs) dues à la non-linéarité de l'émulsion. On blanchit l'interférogramme suivant une technique de blanchiment adaptée, de manière à le transformer en interférogramme de phase ; c'est la grille multiplicatrice cherchée : le rendement lumineux est maximal, et l'on tire parti de l'image centrale ainsi que des images de non-linéarité, d'intensité voisine ou égale à celle des images principales.

Les difficultés de réussite de ces grilles dépendent essentiellement de la nature des supports photographiques. En effet les caractéristiques des émulsions peuvent changer d'un film à l'autre et l'on comprend qu'une bonne reproductibilité soit délicate à obtenir malgré de soigneuses précautions.

La dernière méthode dérive de la précédente qu'elle simplifie considérablement. Elle revient à constituer une grille multiplicatrice à partir de deux réseaux holographiques unidimensionnels (interférogrammes de deux points-sources seulement), réalisés de la même façon, et croisés

perpendiculairement. Un tel réseau holographique blanchi est susceptible de fournir 3 images alignées de même intensité, lorsque la profondeur de modulation est convenablement ajustée. Avec l'émulsion et la technique de blanchiment utilisées, on obtient le plus souvent des réseaux de phase de profils en "arches" qui fournissent 5 images d'intensités très voisines. Pour s'affranchir de la complexité des démarches analytiques qui seraient nécessaires pour le calcul de la répartition des intensités diffractées dans ce cas, une méthode "synthétique" a été développée : elle permet de comprendre et de prévoir rapidement la modification du spectre liée à la variation de l'un des paramètres définissant le réseau (profondeur de modulation, par exemple) ou intervenant dans sa mise en oeuvre (longueur d'onde). Elle est applicable à toutes les formes de profil. Les résultats dégagés dans cette étude conduisent au choix du profil en arches (plus particulièrement le profil en cycloïde) pour les réseaux de phase destinés à la multiplication d'images : il possède la propriété essentielle de fournir un nombre d'images relativement élevé (7 ou même 9...) d'intensités quasi-égales, cette distribution d'intensité étant peu modifiée par des variations importantes de la profondeur de modulation.

Les méthodes que nous avons décrites se caractérisent par leur simplicité et leur économie de matière et d'encombrement (si on les compare aux techniques d'enregistrement sur photorésist par exemple).

Dans le dernier chapitre du mémoire, nous avons tenté d'exploiter les propriétés des grilles multiplicatrices élaborées, en explorant brièvement les domaines d'application possibles.

Les résultats auxquels nous sommes parvenus révèlent que ces composants optiques pourraient être intéressants, notamment en reprographie : réalisation en grand nombre de microcircuits électroniques, multiplication d'hologrammes acoustiques ou microondes, etc...

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

(1) J.Ch. VIENOT, J. DUVERNOY, G. TRIBILLON, J.L. TRIBILLON, Three methods of information assessment for optical data processing. Appl. Opt. 12, n° 5, p. 950-960 (1973).

(2) J.L. TRIBILLON, Calcul et réalisation de grilles de phase ou de transparence binaire destinées à la multiplication d'images. Thèse de 3ème cycle, Université de Besançon (juillet 1973).

(3) H. DAMMANN and K. GÖRTLER, High-efficiency in-line multiple imaging by means of multiple phase holograms. Opt. Comm. 3, n° 5, p. 312-315 (1971).

(4) J.P. PRILLARD, Contribution à l'étude de résines photosensibles et applications. Thèse de 3ème cycle, Université de Besançon (juillet 1974).

(5) J.P. PRENEL, Détermination du facteur de transfert de contraste d'une émulsion photosensible tridimensionnelle à haute résolvance à l'aide d'enregistrements holographiques. Thèse de 3ème cycle, Université de Besançon (octobre 1970).

(6) G. GROH , Multiple imaging by means of point holograms. Appl. Opt. 7, n° 8, p. 1643-1644 (1968).

(7) G. GROH and H. WEISS, A Simple extended source for high resolution holography. Opt. Comm., 4, n° 1, p. 63-65 (1971).

(8) S. LOWENTHAL, A. WERTZ, N. REMBAULT, Formation de réseaux d'images à l'aide d'un hologramme multiplicateur éclairé en lumière spatialement incohérente. C.R. Acad. Sc., 267 B, 120 (1968).

(9) D.L. GREENAWAY and J.P. RUSSEL, Applications of holography to microcircuit manufacture and mask generation. Symp. Int. sur les Appl. de l'Holographie Besançon (1970), C.R. Art. 17-2 (éd. J.Ch. Viénot et al.)

(10) J.Ch. VIENOT, P. SMIGIELSKI, H. ROYER, Holographie optique, développements, applications. Dunod, Paris (1971).

(11) J. BASS, Cours de Mathématiques, 2ème édition, t. II; paragr. 35.5, Masson, Paris (1961).

(12) L.P. BOIVIN, Multiple imaging using various types of simple phase gratings. Appl. Opt. 11, n° 8, p. 1782-1792 (1972).

(13) J. CORDELLE, J.P. LAUDE, R. PETIT, G.PIEUCHARD, Réseaux classiques - Réseaux holographiques. Les questions d'efficacité et leurs conséquences en spectroscopie instrumentale. Nlle Rev. d'Opt. Appl. 1, n° 3, p. 149-159 (1970).

(14) D. MAYSTRE et R. PETIT, Sur la détermination du champ diffracté par un réseau holographique. Opt. Comm. 2, n° 7, p. 309-311 (1970).

(15) Cl. FROEHLY, A. LACOURT, J.Ch. VIENOT, Notions de réponse impulsionnelle et de fonction de transfert temporelles des pupilles optiques, justifications expérimentales et applications. Nlle. Rev. d'Opt. Appl. 4, n° 4, p. 183-196 (1973).

(16) L.H. LIN, A methode of hologram information reduction by spatial frequency sampling. Appl. Opt. 7, n° 3, p. 545-548 (1968).

(17) A.P. ANDERSON, J. DUVERNOY, Enhancement of optically reconstructed images from microwave holograms. Opto. Electronics 4, n° 1, p. 57-62 (1972).

(18) J. DUVERNOY, Traitement d'informations en optique sphérocylindrique. Application à l'extraction de données géophysiques et morphologiques. Thèse d'Etat, Université de Besançon (mai 1973).

(19) Gerard L. FITZPATRICK, First-arrival seismic holograms . Acoustical Holography, vol. 4, Plenum Press, New-York, London (1972).

N° d'ordre : 216

Jury : MM J. Ch. VIENOT) Co-Présidents
E. ADJANOHOUN (

J. BULABOIS)
A. DONNADIEU (Examinateurs
Mme N. AEBISCHER)

Vu et permis d'imprimer
Pour le Président de l'Université
Le Doyen de la Faculté des Sciences et des
Techniques

J. BERNARD

Besançon, décembre 1974